

Simplicidad de la Matemática:

Existe una opinión muy generalizada según la cual la matemática es la ciencia más difícil cuando en realidad es la más simple de todas. La causa de esta paradoja reside en el hecho de que, precisamente por su simplicidad, los razonamientos matemáticos equivocados quedan a la vista. En una compleja cuestión de política o arte, hay tantos factores en juego y tantos desconocidos o inaparentes, que es muy difícil distinguir lo verdadero de lo falso. El resultado es que cualquier tonto se cree en condiciones de discutir sobre política o arte –y en verdad lo hace– mientras que mira la matemática desde una respetuosa distancia.

Sábato E. Uno y el Universo.

CURSO DE NIVELACIÓN 2019



¿Cuál es el periodo de tiempo en el que se dicta el curso?

Cuatro semanas. Desde el Lunes 11 de Febrero al Viernes 8 de Marzo del 2019.

¿Es obligatorio asistir?

Sí, todo aspirante a ingresar a la Facultad de Ingeniería debe realizar el Curso de Nivelación, debiendo cumplir como mínimo con el 70% de asistencia al mismo. Esto equivale a decir que el aspirante no podrá tener más de 5 inasistencias.

¿Cuándo evalúan el Curso de Nivelación?

La primera fecha de evaluación será el día Sábado 9 de marzo a las 08:30 hs, mientras que la segunda fecha será el día Viernes 15 de marzo a las 08:30 hs. Son requisitos imprescindibles tener Documento Nacional de Identidad y 70% de asistencia para poder rendir en cualquiera de las dos fechas.

¿Se aprueba el curso en cualquiera de las dos fechas?

Si, en cualquiera de las dos oportunidades se puede aprobar el Curso de Nivelación. La inasistencia a la primera fecha no implica la pérdida de la segunda oportunidad para poder aprobar el curso.

¿Qué se debe hacer luego de aprobar el Curso de Nivelación?

Luego de aprobar el curso, el aspirante está en condiciones –si cumple con todos los requisitos exigidos por la Facultad– para ser ingresante. Esto significa que puede cursar las materias del primer año de la carrera elegida.

¿Qué se debe hacer si no se aprueba el Curso de Nivelación?

El aspirante que no apruebe el curso pero que cumpla con el requisito de asistencia, también está en condiciones de ser ingresante; pero en este caso la Facultad le brinda la oportunidad de cursar en un cuatrimestre el Trayecto de Formación Complementaria y luego de aprobarlo cursar las materias del primer año de la carrera elegida.

Contenidos:

Unidad 1: Conjunto de números, hasta los complejos. Representación de los conjuntos numéricos en la recta real. Operaciones con números reales, y sus propiedades. Intervalos de números reales: representación en la recta real y operaciones. Desigualdades: resolución, representación del conjunto solución y problemas de aplicación. Notación científica. Ecuaciones de 1^{er} grado.

Unidad 2: Función: definición, distintas formas de expresarla, dominio, imagen. Valor numérico, y gráfica. Función Lineal: forma general, pendiente, ordenada al origen. Recta: ecuación, paralelismo, perpendicularidad y representación gráfica. Función cuadrática: definición, distintas formas de expresarla, dominio, imagen y representación gráfica. Parábola: vértice, eje de simetría, concavidad, puntos simétricos y raíces. Relación entre la función de segundo grado y la ecuación de segundo grado.

Unidad 3: Expresiones algebraicas: definición y clasificación. Expresiones algebraicas enteras: clasificación según el número de términos, grado, valor numérico, raíces reales, orden y completitud. Operaciones con expresiones algebraicas enteras: suma, resta, producto, cociente, potenciación y radicación. Factorización de expresiones algebraicas: factor común, factor común en grupos de igual número de términos, trinomio cuadrado perfecto, cuatrinomio cubo perfecto, suma o diferencia de dos potencias de igual grado. Expresiones algebraicas racionales: definición, suma, resta, producto, cociente y simplificación.

Unidad 4: Ecuaciones algebraicas. Planteo, resolución y verificación. Inecuaciones, planteo, resolución y comprobación. Sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas: clasificación, resolución y representación gráfica. Métodos de resolución: gráfico, determinantes, igualación, sustitución y reducción por sumas y restas. Sistemas de tres ecuaciones con tres incógnitas: Planteo y resolución por el método de determinantes. Problemas de aplicación.

Unidad 5: Trigonometría. Ángulos: sistema de medición sexagesimal y radial. Razones trigonométricas: definición, cálculo y resolución de triángulos rectángulos. Funciones trigonométricas: seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante, definición, dominio, imagen, representación gráfica, periodicidad, ceros, crecimiento, decrecimiento y simetrías de las funciones. Relaciones entre las funciones trigonométricas de un mismo ángulo: fundamental y otras relaciones. Relaciones entre las funciones trigonométricas de dos ángulos: complementarios, suplementarios, que difieren en $\pi/2$, π y $2k\pi$. Funciones trigonométricas de: la suma y diferencia de dos ángulos, del ángulo doble. Identidades trigonométricas. Ecuaciones trigonométricas.

Unidad N° 6: Vectores: definición y representación gráfica. Igualdad de vectores. Módulo de un vector. Operaciones con vectores: suma, resta y producto por un escalar, método analítico y gráfico. Producto escalar de dos vectores: definiciones. Paralelismo y perpendicularidad de vectores. Problemas de aplicación.

Trabajo Práctico Nº 1: “Conjunto de N^{os} Reales. Operaciones. Propiedades”

1º.- Realizar el diagrama de Venn de los campos numéricos y ubicar las siguientes expresiones en el campo correspondiente.

$$\frac{9}{3}; e; -1,2; (-2)^3; \sqrt{-16}; 0,472; \sqrt[5]{32}; \left(-\frac{1}{2}\right)^{-5}; -\sqrt{12}; -\sqrt{-9}$$

2º.- Calificar como Verdadero o Falso. Justificar la respuesta.

- a) $-\frac{6}{2}$ es un n^o entero b) $-\sqrt{5}+2$ es un n^o racional c) $-\frac{81}{9}$ es un n^o entero
 d) $-0,00\hat{7}$ es un n^o irracional e) $\sqrt[3]{-27}$ es un n^o irracional f) $\sqrt{-1}$ es un n^o real

3º.- Dadas las siguientes expresiones $1,\hat{3}; -0,1\hat{2}; \frac{3}{5}; -\frac{7}{10}; -\sqrt{5}; \sqrt{5}$

- a) Ordenarlas de mayor a menor.
 b) Representarlas en la recta numérica.

4º.- Calificar como Verdadero o Falso. Justificar la respuesta.

- a) $\frac{3}{2}+a=a+\frac{3}{2}$ b) $2+3\cdot 4=20$
 c) $a\cdot 7=(a\cdot 5)+(2\cdot a)$ d) $2\cdot 3\cdot 5=(2\cdot 3)+(2\cdot 5)$
 e) $\frac{5+3}{2+3}=\frac{5}{2}$ f) $(-\sqrt{2})(5-b)=-5\sqrt{2}+5b$
 g) $2+3\cdot 4=14$ h) $\frac{1}{5}+b+(-b)\cdot 3+2=\frac{1}{5}+5$
 i) $\frac{7+5}{2}=\frac{7}{2}+\frac{5}{2}$ j) $\frac{2}{7+5}=\frac{2}{7}+\frac{2}{5}$

5º.- Sean a, b, c números **R** no nulos, calificar como Verdadero o Falso. Justificar la respuesta.

- a) $(3+a+b)^2=3^2+a^2+b^2$ b) $(b\cdot 3)^2=9b^2$
 c) $(2^3)^2=2^{3^2}$ d) $\sqrt{27^3}=(\sqrt{27})^3$
 e) $a^{-\frac{1}{3}}=-\frac{1}{a^3}$ f) $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}=\sqrt{2}-1$
 g) $(a^2)^5=a^7$ h) $(a-b)^3=a^3-b^3$ con $a \neq b$
 i) $(a+b)^5=(a+b)^2\cdot(a+b)^3$ j) $\sqrt{(3a+b)^2}\cdot\sqrt{2b}=\sqrt{(3a+b)^2 2b}$
 k) $\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{27}}}=\frac{1}{3}$

6º.- Calcular llevando a su mínima expresión.

- a) $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{2}}\cdot 2^{-1}}{2^{\frac{2}{3}}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}}}$ b) $\frac{\sqrt{b}\left[(a+b)^{\frac{1}{2}}(a+b)^{\frac{3}{2}}\right]^{\frac{1}{2}}}{a^{-\frac{3}{2}}\cdot a^{-\frac{1}{2}}\cdot b^{-\frac{1}{2}}\cdot b}$
 c) $\left[\frac{x^{-\frac{1}{3}}\cdot\left(\frac{x}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}}{x^{\frac{2}{3}}\cdot(2x)^{-\frac{3}{2}}}\right]^{-\frac{1}{2}}$ d) $\frac{1}{1-\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{3}+1}=\frac{1}{1-\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{3}+1}=\frac{1-\sqrt{3}-1-\sqrt{3}}{(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})}=\frac{-2-2\sqrt{3}}{1-3}=\frac{-2-2\sqrt{3}}{-2}=1+\sqrt{3}$

e) $\sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}} =$

f) $(\sqrt{5}-1)^2 - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{4^{-1}}\right) + \sqrt{5} \cdot (2+\sqrt{5}) =$

g) $\sqrt[5]{3^4} \cdot a^{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[5]{3} + \frac{8}{\sqrt[3]{a}} - 6 \cdot (a^{-2})^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{a} =$

h) $\sqrt{x^3} \sqrt{\frac{x^2}{y}} =$

Autoevaluación Trabajo Práctico 1

1.- Responder Verdadero o Falso, NO justificar la respuesta. Escribir las respuestas con tinta.

- a) $\pi + 8$ es un número racional
- b) Todo número entero es real
- c) Si a, b y n son números reales no nulos, $(a + b)^n = a^n + b^n$
- d) Si a es un número real no nulo, $a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a$
- e) $\frac{2}{5} > \frac{2}{3}$

2.- Completar con la respuesta correcta. Escribir las respuestas con tinta.

- a) Un ejemplo de número racional comprendido entre 0 y $\frac{1}{2}$ es.....
- b) Un ejemplo de número irracional mayor que e , es.....
- c) La siguiente expresión tiene por resultado $\frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x^2}}{x^{\frac{1}{6}}}$ =.....
- d) El resultado de la expresión $(-2a)(-4a^2b^2)^2$ es.....
- e) La expresión $\frac{\sqrt[2]{a}}{\sqrt{a^3}}$ expresada como potencia es.....

3.- Escribir en el recuadro y con tinta, la letra correspondiente a la respuesta correcta. Si ninguna es, escribir N.

- a) La mitad de $\left(\frac{1}{2}\right)^{70}$ escrita como potencia, es
 - A) $\left(\frac{1}{4}\right)^{70}$
 - B) $\left(\frac{1}{2}\right)^{35}$
 - C) $\left(\frac{1}{4}\right)^{35}$
 - D) $\left(\frac{1}{2}\right)^{71}$
- b) El resultado de $(a + 2)^2 - (a - 2)^2$ es
 - A) 8
 - B) $-8a$
 - C) $8a$
 - D) $2a^2 + 4$
- c) El producto $(a + b)(a - b)$ tiene por resultado
 - A) $a^2 + b^2$
 - B) $a^2 - b^2$
 - C) $(a - b)^2$
 - D) $(a + b)^2$
- d) La expresión $\left(\sqrt[3]{\sqrt{a}}\right)^{-6}$ escrita como potencia, es
 - A) a^{-1}
 - B) $a^{-\frac{1}{6}}$
 - C) a^{-6}
 - D) $a^{\frac{1}{6}}$
- e) Cuando $a = -2$, $b = 3$ y $c = 4$ el valor de la expresión $\frac{a^2-b}{c^2-b^2}$ es
 - A) $\frac{1}{3}$
 - B) 1
 - C) $\frac{1}{13}$
 - D) $\frac{1}{7}$

Trabajo Práctico Nº 2: “Conjunto de N° Reales – Intervalo – Notación científica”

1º.- Realizar las operaciones indicadas entre los conjuntos numéricos.

- a) $N \cap R$ b) $N \cup Q$ c) $Z \cap I$ d) $I \cup R$
 e) $N \cup R$ f) $Z \cup Q$ g) $Q \cap I$ h) $I \cap R$

2º.- Dados los siguientes conjuntos, cuando sea posible, expresarlos como intervalos.

- a) $A = \{x/x \in R \wedge -10 \leq x < -1\}$ b) $B = \{x/x \in Z \wedge -5 < x \leq 12\}$
 c) $C = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ d) $D = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}\right\}$
 e) $E = \{-1; -2; -3; -4; -5\}$ f) $F = \left\{x/x \in R \wedge -\frac{5}{2} < x < \frac{7}{3}\right\}$
 g) $G = \{x/x \in R \wedge -5 < x \leq 2\}$ h) $H = \left\{x/x \in R \wedge -\frac{5}{2} \leq x \leq \frac{7}{3}\right\}$

3º.- Dados los siguientes conjuntos, resolver gráficamente las operaciones indicadas; expresar el resultado en notación de intervalo y notación conjuntista.

$A = \{x/x \in R \wedge -3 \leq x \leq 1\}$ $B = \{x/x \in R \wedge 1 < x \leq 4\}$ $C = [-3; 5)$ $D = (2; \infty)$

- a) $A \cap B$ b) $A \cap C$ c) $A \cap D$
 d) $A \cup B$ e) $A \cup C$ f) $A \cup (C \cap B)$
 g) $A \cap B \cap C$ h) $(A \cap B) \cup (B \cap D)$ i) $(B \cup C) \cap (A \cup B)$

4º.- Expresar como intervalo el conjunto solución de:

- a) $x + 4 < \frac{1}{2}(2x + 8)$ b) $x + 4 \geq \frac{1}{2}(2x + 8)$
 c) $\frac{1}{2}(2x - 4) < 2x - 4$ d) $x^2 + x - 2 > 0$
 e) $2x^2 - 18 \leq 0$ f) $3x^2 + 5x \geq 0$
 g) $|x - 6| \leq 4$ h) $|3 + x| > 2$ i) $|-x + 5| < 10$
 j) $\left|\frac{3x + 1}{4}\right| \geq 1$ k) $\left|\frac{4x + 5}{3}\right| \leq \frac{1}{6}$ l) $|1 - x| > 2$

5º.- Plantear y resolver los siguientes problemas.

a) Una jarra cilíndrica tiene n cm. de diámetro de la base (con $n \leq 3$) y 25 cm. de altura ¿Cuál es el intervalo en el que está comprendido el volumen?

b) La clave de una alarma está formada por cuatro dígitos, el primer número es el doble del segundo que a su vez es igual al tercero e igual al doble del cuarto. Si los cuatro dígitos suman 18 ¿Cuál es la clave de la alarma?

c) Cuando se calienta una barra metálica de sección circular, cuyas dimensiones son 20 cm. de largo y 1 cm. de diámetro, se estira 0,02 cm. por cada °C que aumenta de temperatura (en rangos bajos de temperatura). Determinar el intervalo de longitudes posibles si la barra se lleva de 15 °C a 50 °C.

d) Un cuadrado mide 60 cm. de perímetro. Se desea obtener un rectángulo cortando a un lado un valor y al otro el doble del mismo, de manera que el rectángulo tenga 42 cm. de perímetro. ¿Cuánto hay que cortar a cada lado?

e) El perímetro de un triángulo no supera los 45 cm. Cada lado mide 2 cm. más que el siguiente. Determinar cuáles pueden ser las medidas de los 3 lados si se sabe que son números naturales.

f) Con 14 litros de agua alcanza para llenar 5 jarras de igual capacidad, pero falta agua para llenar 6 de esos recipientes ¿Qué se puede decir de la capacidad de las jarras?

6°.- Introducir en la calculadora las siguientes operaciones y observar la notación que aparece:

- a) $26.000.000.000 : 2.400.000.000$ b) $205.000 \cdot 120.000.000$ c) $0,000009 : 27.000.000$
 d) $241,56 \cdot 3.600.000.000$ e) $2,8 : 18.800$ f) $0,00001 : 0,000000002$

¿Qué ventajas ofrece esta notación?

7°.- El número 237.450.000 escrito en notación científica es.....

8°.- Si $m = 5 \cdot 10^{-2}$, el valor de la expresión $\frac{5^2 m^{-3} - 5 m^{-2}}{2 \cdot 10^3}$ es.....

9° a) Calcular el número aproximado de glóbulos rojos que tiene una persona, sabiendo que tiene unos 4 500 000 por milímetro cúbico y que su cantidad de sangre es de 5 litros.

b) ¿Qué longitud ocuparían estos glóbulos rojos puestos en fila si su diámetro es de 0,008 milímetros? Expresar el resultado en km.

10°.- El Sol se encuentra aproximadamente a 93 millones de millas de la Tierra. ¿Cuánto tarda la luz, que viaja aproximadamente a 300.000 kilómetros por segundo, en llegar a nosotros desde el Sol?

11°.-Una vacuna tiene 100 000 000 bacterias por centímetro cúbico. ¿Cuántas bacterias habrá en una caja de 120 ampollas de 80 milímetros cúbicos cada una?

Autoevaluación Trabajo Práctico 2

1.- Responder Verdadero o Falso, **NO** justificar la respuesta. Escribir las respuestas con tinta.

- a) Si $A = [3, 5]$ y $B = (-2, 4]$ entonces $A \cup B = [-2, 4]$
 b) Si $A = [3, 5]$ y $B = (-2, 4]$ entonces $A \cap B = [3, 4]$
 c) Los números 4 y $\frac{11}{2}$ comprueban la desigualdad $2x - 5 > 3$
 d) El intervalo solución de $|2x - 5| < 3$ es (1, 4)
 e) 1.000.000 escrito en notación científica es $1 \cdot 10^6$

2.- Completar con la respuesta correcta. Escribir las respuestas con tinta.

- a) El resultado, escrito en notación científica, de $\frac{1.200.000 \cdot 0,0000004}{2 \cdot 10^{-2}}$ es.....
 b) El intervalo solución de $|\frac{1}{2}x + 5| > 6$ es.....
 c) Un número irracional que comprueba la desigualdad $2x - 6 < 2$ es.....
 d) Si $A = [-2, 1]$ y $B = (-1, 3]$ entonces $A - B =$
 e) $A = [-2, 1]$ y $B = (-1, 3]$ entonces $B - A =$

3.- Escribir en el recuadro y con tinta, la letra correspondiente a la respuesta correcta. Si ninguna es, escribir N.

a) El resultado, expresado en notación científica, de la operación $1,2 \cdot 10^7 : 5 \cdot 10^6$ es:

- A) $24 \cdot 10^{12}$ B) $2,4 \cdot 10^{12}$ C) $2,4 \cdot 10^{10}$ D) $2,4 \cdot 10^{-12}$

b) Cincuenta y dos milésimos, expresados en notación científica, es

- A) $52 \cdot 10^{-2}$ B) $5,2 \cdot 10^2$ C) $5,2 \cdot 10^{-2}$ D) $5,2 \cdot 10^{-3}$

c) La notación conjuntista del intervalo $[2, 3)$ es

- A) $\{x/x \in R \wedge -2 \leq x \leq 3\}$ B) $\{x/x \in R \wedge -2 < x < 3\}$
 C) $\{x/x \in N \wedge -2 \leq x < 3\}$ D) $\{x/x \in R \wedge -2 \leq x < 3\}$

d) La expresión $|x| < 2$ indica todos los números reales que se encuentran en la recta numérica, a:

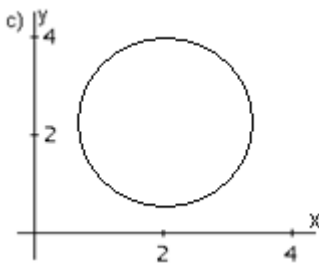
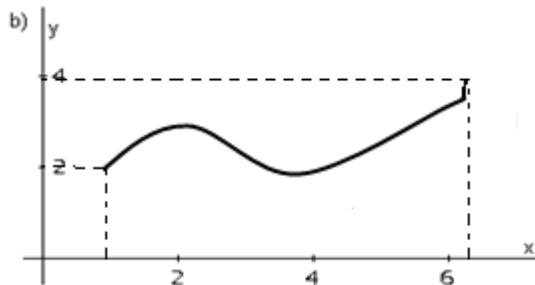
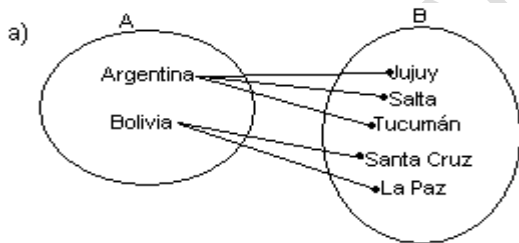
- A) Menos de 2 unidades del cero B) Mas de 2 unidades del cero
 C) 2 unidades del cero D) Por lo menos 2 unidades del cero.

e) Si 7 veces un número se disminuye en 5 unidades, resulta un número menor que 47, entonces el número debe ser menor que:

- A) 42 B) 49 C) $\frac{52}{7}$ D) $\frac{82}{7}$

Trabajo Práctico Nº 3: “Funciones: Generalidades”

1º.- Indicar cuáles de los siguientes gráficos, diagramas, tablas y/o fórmulas corresponden a una función. En caso afirmativo indicar dominio e imagen.

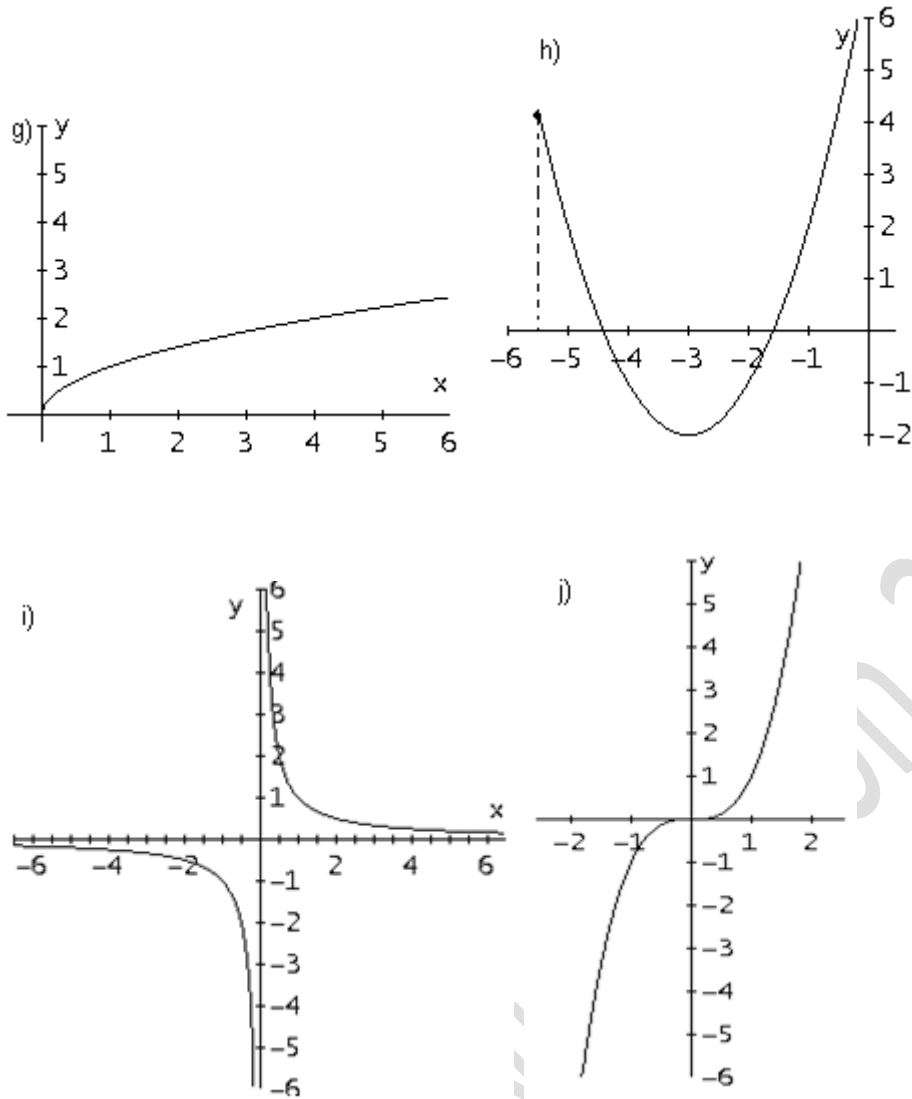


d)

t (horas)	T (°C)
0	15
2	19
4	23
6	25
8	23

e) $y = 3x + 6$

f) $y = x^2 + x - 3$

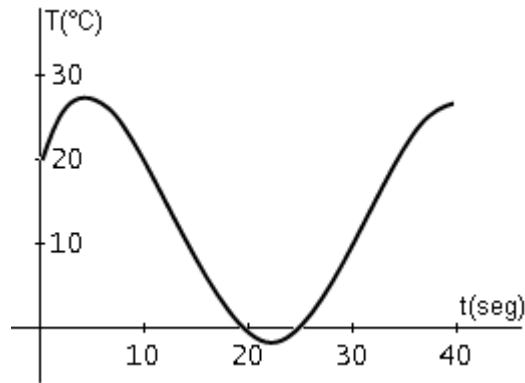


2º.- La tabla siguiente muestra los datos de un experimento sobre la atomización del ácido hidroxivalérico a 25° C. Se da la concentración $C(t)$ de este ácido (en moles por litro) después de t minutos.

t (min)	0	2	4	6	8
$C(t)$	0,800	0,575	0,408	0,295	0,210

- a) Trazar aproximadamente la gráfica de la función concentración.
- b) Estimar, usando la gráfica, la concentración del ácido luego de 5 minutos.

3º.- El siguiente gráfico representa la temperatura de un cuerpo, sometido a diferentes ciclos de enfriamiento y calentamiento, en función del tiempo transcurrido.



En base al gráfico responder

- La temperatura inicial.
- Máxima temperatura alcanzada y el momento en el que se produce.
- Mínima temperatura alcanzada y el momento en el que se produce.
- Intervalos de tiempo donde la temperatura aumenta.
- Intervalos de tiempo donde la temperatura decrece.
- Momentos en donde la temperatura es 0 °C.

4º.- Dadas las siguientes funciones por sus fórmulas, determinar el dominio.

$$a) f(x) = -2x^2 + 2x - 5$$

$$b) f(t) = \frac{t^2 + 1}{-t^2 - 6t - 8}$$

$$c) f(x) = \frac{1}{-x - 3} - 7$$

$$d) f(h) = \frac{3}{5}h - 9$$

$$e) f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 3} \sqrt{x - 1}$$

$$f) p(v) = \frac{1}{(v + 2)(v - 5)} - \sqrt[4]{3v - 2}$$

5º.- Dadas las funciones cuyas fórmulas se indican.

$$a) f(t) = -3t^2 + 5t - 10 \text{ determinar de ser posible } f(0), f(2), f(\sqrt{2}), f(1 + \sqrt{2}), f(-t), f(t+5).$$

$$b) f(x) \begin{cases} x^2 + 1 & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{1}{x + 4} & \text{si } 0 < x < 1 \\ \sqrt[3]{x - 1} & \text{si } x > 1 \end{cases} \text{ Calcular de ser posible } f(-9), f(0,75), f(1), f(4), f(|h|+2).$$

6º.- Una fábrica tiene la capacidad de producir desde 0 hasta 100 computadoras por día. Los gastos generales diarios de la planta son \$ 5.000 de costo fijo y el costo directo (mano de obra más material) para producir una computadora es de \$ 805.

- Escribir una fórmula $T(x)$ que represente el costo total de producir x computadoras en un día.
- Escribir una formula $V(x)$ que represente el costo unitario (costo promedio por computadora).
- Indicar variable independiente y dependiente para $T(x)$ y $V(x)$.
- Indicar dominio e imagen para $T(x)$ y $V(x)$.

7º.- Un afiche rectangular debe tener 50 cm² de zona de impresión, con márgenes de 4 cm arriba y abajo y márgenes de 2 cm. a cada lado.

- Expresar el área del afiche como función de la longitud de uno de sus lados.
- Indicar variable independiente y dependiente.
- Indicar Dominio de la función.

8º- Un finquero quiere cercar con alambre tejido un terreno rectangular y dividir su superficie en 4 partes iguales con alambre tejido paralelos a uno de sus lados. El terreno tiene 500 m² de superficie total.

- a) Determinar la fórmula de la función que da la longitud total del alambre tejido para cercar y dividir el terreno, en función de uno de los lados del mismo.
- b) Indicar variable dependiente e independiente.
- c) Indicar Dominio de la función.

Autoevaluación Trabajo Práctico 3

1.- Responder Verdadero o Falso, NO justificar la respuesta. Escribir las respuestas con tinta.

- a) La relación entre el costo de una llamada telefónica y su duración es una función
- b) La relación entre la longitud de una circunferencia y su radio, es una función
- c) El dominio de la función $A = \{(1, a), (2, b), (3, c)\}$ es $\{a, b, c\}$
- d) El dominio de la función $y = 3x - 8$ son los reales
- e) El punto $P(0, 2)$ pertenece a la función $y = x^2 + 3x - 2$

2.- Completar con la respuesta correcta. Escribir las respuestas con tinta.

- a) Dada la función $y = -2(x - 3)^2 + 5$, su dominio es.....
- b) Dada la función $y = -2(x - 3)^2 + 5$, su imagen es.....
- c) Sea la función $y = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{si } x < 0 \\ \sqrt{x+2} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ entonces $f(-3) = \dots\dots\dots$, $f(0) = \dots\dots\dots$, $f(7) = \dots\dots\dots$
- d) La expresión algebraica de la función $f(x) \ x \in R$ que a cada número le asocia su cuadrado disminuido en 2 unidades, es.....
- e) El área de un cuadrado en función de la longitud del su lado se calcula como $A(l) = l^2$ entonces la variable dependiente es.....mientras que la independiente es.....

3.- Escribir en el recuadro y con tinta, la letra correspondiente a la respuesta correcta. Si ninguna es, escribir N.

- a) La función que pasa por el punto $P(-1, 5)$ es
 - A) $y = 3x^3 - 2x$
 - B) $y = 2x^2 + 3$
 - C) $y = -3x^3 + 2x$
 - D) $y = -2x^2 + 3$
- b) La función que tiene como dominio el conjunto de núemros reales, es
 - A) $y = \frac{5}{x+2}$
 - B) $y = \sqrt[3]{x-5}$
 - C) $y = 2x^2 - 5$
 - D) $y = \sqrt{x-1}$
- c) El dominio de la función $y = \frac{4}{(x+1)(x-2)}$ es
 - A) $[-1, 2]$
 - B) $(-1, 2)$
 - C) $R - \{-1, 2\}$
 - D) $R - \{1, -2\}$
- d) Sea la función $f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & \text{si } x < 2 \\ x - 2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$ entonces
 - A) $f(3) = 10$
 - B) $f(3) = 1$
 - C) $f(3) = 2$
 - D) $f(3) = 9$
- e) Sea la función $f(x) = 5(x - 2)(x + 3)(x - 4)$ entonces el grafico de f interseca al eje \overline{ox}
 - A) Una vez
 - B) 2 veces
 - C) 3 veces
 - D) 4 veces

Trabajo Práctico Nº 4: “Función Lineal”

1°.- Indicar cuál de las siguientes expresiones corresponden a una función lineal, en caso afirmativo indicar pendiente, ordenada al origen y representarlas gráficamente.

a) $y + 2 = 3x$

b) $-3x + y = 0$

c) $\frac{1}{x} + 3 = y$

d) $x^2 + 2 = y$

2°.- Determinar la ecuación de la recta que cumple con la condición indicada en cada caso. Graficar.

a) Pasa por P(-1, 5) y tiene pendiente -2

b) Pasa por P (-3, 2) y Q (2, 5).

c) Tiene pendiente 0,75 y corta al eje de las ordenadas en -3.

d) Pasa por el origen de coordenadas y tiene pendiente 4.

e) Es horizontal y pasa por P (-9, -3).

f) Pasa por P (3, -5) y es vertical.

g) Pasa por P (-2, 4) y forma un ángulo de 45° con el semieje positivo de las abscisas.

h) Pasa por P (-1, -6) y es paralela a $2x + 3y + 6 = 0$.

i) Pasa por P (-3, 1) y es perpendicular a la recta que pasa por Q (-1, -2) y R (4, 2).

3°.- La relación entre temperatura medida en grados centígrados (°C) y la temperatura medida en grados Fahrenheit (°F) está dada por la fórmula $^{\circ}\text{C} = \frac{5}{9} (^{\circ}\text{F} - 32)$ con $F \geq -459,67$.

a) Identificar variable dependiente e independiente.

b) Graficar la función.

c) Determinar dominio e imagen.

d) Determinar una fórmula que exprese la temperatura en °F como función de la temperatura en °C.

e) Determinar el intervalo de temperatura en °F de manera que la temperatura en °C quede comprendido entre 10° y 30°.

4°.- Una población que tenía 20.000 personas en 1995, va aumentando siempre de la misma manera como se muestra en la siguiente tabla.

t (años)	1.995	1.996	1.997	1.998	1.999	2.000	2.001	2.002
P(miles de personas)	20	24	28	32				

a) Completar la tabla, suponiendo que la tendencia se mantiene igual.

b) Construir una gráfica.

c) Encontrar una fórmula general para calcular la cantidad de personas en función del tiempo.

d) ¿Cuándo se superarán las 100.000 personas?

5°.- Indicar la función que permite calcular el perímetro de un triángulo equilátero en función de la longitud del lado. Graficar la función y determinar dominio e imagen.

6°.- Indicar la expresión que permite calcular el área de la superficie lateral de un cilindro circular recto en función de la altura del mismo, sabiendo que el radio es igual a 3 cm. Graficar la función.

7°.- Un kg de papas cuesta \$ 0,55. Obtener y a continuación representar la función que define el costo de las papas (y) en función de los kg comprados (x). ¿Cuál es su Dom(f)? ¿Cuánto costarán 3,5 kg? ¿Qué cantidad podremos comprar si sólo disponemos de \$ 5?

Autoevaluación Trabajo Práctico 4

1.- Responder Verdadero o Falso, NO justificar la respuesta. Escribir las respuestas con tinta.

- a) La expresión $y + 3x - 2 = 0$ representa una función lineal
- b) La pendiente de la recta representada por $y = -2x + 5$ es $-2x$
- c) La ordenada al origen representa el punto en donde la recta interseca al eje \overrightarrow{ox}
- d) La expresión $x = 5$ representa una función lineal
- e) El punto $(1, 3)$ pertenece a la recta de ecuación $y = 2x + 1$

2.- Completar con la respuesta correcta. Escribir las respuestas con tinta.

- a) La ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos $P(2, 0)$ y $Q(8, 1)$ es.....
- b) La ecuación explícita de la recta perpendicular a $y = 2x + 3$ que pasa por el punto $(-2, 3)$ es.....
- c) Sea la recta de ecuación $y = 2x + b$ que pasa por el punto $(1, 5)$, entonces el valor de b, es b =.....
- d) El ángulo φ que forman las rectas $y = -2x + 4$ e $y = \frac{1}{2}x - 5$, es $\varphi =$
- e) La ecuación de la recta con pendiente 2 y que corta al eje \overrightarrow{oy} en -3 es.....

3.- Escribir en el recuadro y con tinta, la letra correspondiente a la respuesta correcta. Si ninguna es, escribir N.

- a) La ecuación de la recta paralela a $y = -3x + 5$ y que pasa por el punto $(3, 2)$ es
 - A) $y = 1 + \frac{1}{3}x$
 - B) $y = -7 + 3x$
 - C) $y = 11 - 3x$
 - D) $y = \frac{1}{3}x - 1$
- b) La gráfica de una recta, corta al eje \overrightarrow{oy} en 3 y al \overrightarrow{ox} en 4. La ecuación explícita de la recta es
 - A) $y = 3x - \frac{3}{4}$
 - B) $y = 3 + \frac{3}{4}x$
 - C) $y = -3x + 3$
 - D) $y = 3x + 3$
- c) La recta que pasa por los puntos $(1, -3)$ y $(0, 5)$ tiene por ecuación
 - A) $y = \frac{1}{8}x + 5$
 - B) $y = 8x$
 - C) $y = -8x + 5$
 - D) $y = 5x - 8$
- d) El cuadrante del plano que no atraviesa la recta de ecuación $y = -\frac{1}{2}x + 2$ es el
 - A) Primero
 - B) Segundo
 - C) Tercero
 - D) Cuarto
- e) Las rectas $y = 2x - 3$ e $y = -x + 3$ son
 - A) Paralelas
 - B) Perpendiculares
 - C) Coincidentes
 - D) Secantes

Trabajo Práctico Nº 5: “Función Cuadrática”

1º.- Dadas las siguientes funciones de 2º grado

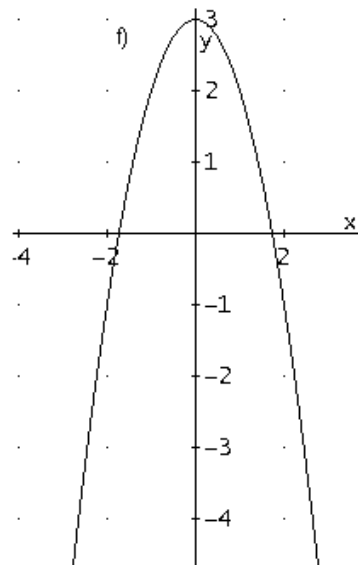
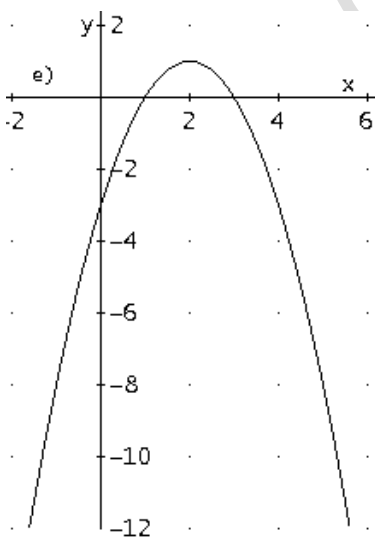
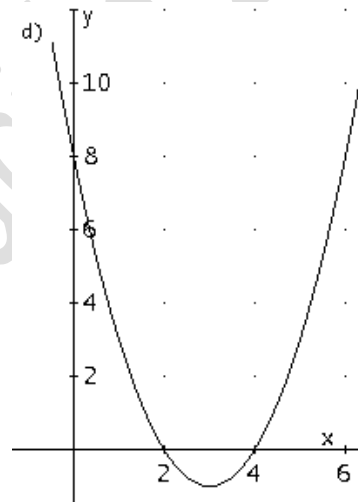
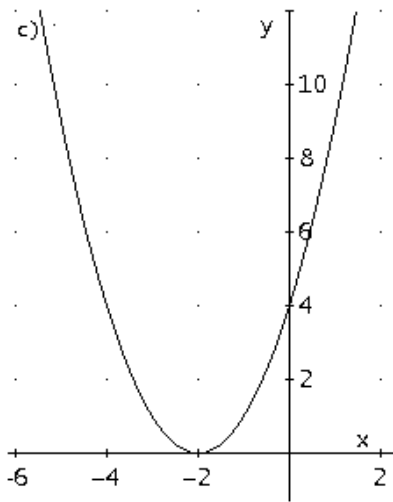
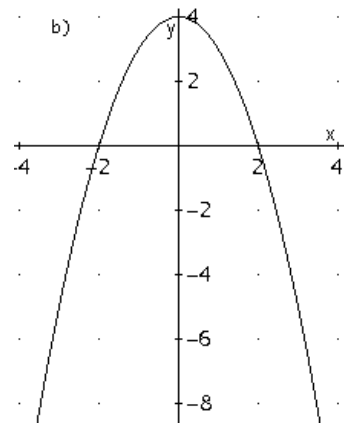
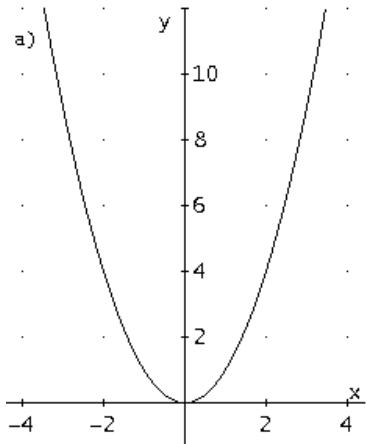
- a) $y = 2x^2 - 4x$
- b) $y = -x^2 - 6x + 10$
- c) $y = \frac{1}{2}x^2 - 18$
- d) $y = -2(x - 3)(x + 1)$
- e) $y = 3(x - 5)^2 - 3$

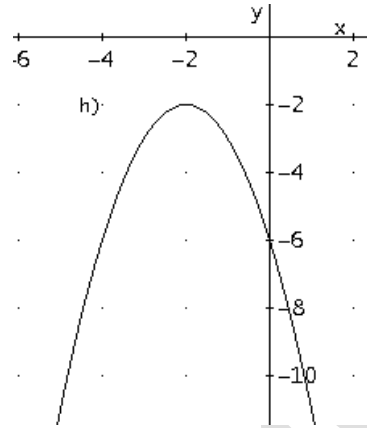
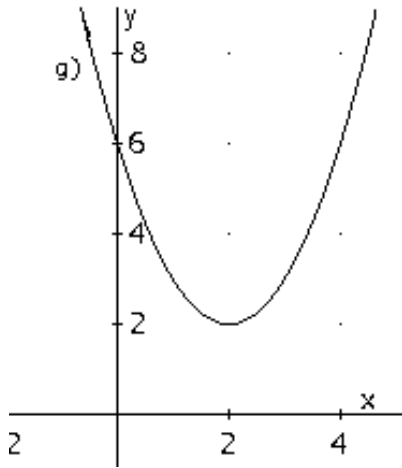
- i) Determinar las coordenadas del vértice, la ecuación del eje de simetría y la concavidad.
- ii) Analizar la naturaleza de las raíces mediante el discriminante de la ecuación de 2º grado correspondiente.

iii) Calcular los ceros de la función si correspondiere.

iv) Graficar la función.

2º.- Dadas las siguientes gráficas.





- i) Indicar las coordenadas del vértice, la ecuación del eje de simetría y la concavidad.
- ii) Determinar los ceros de la función, si correspondiere.
- iii) Determinar la fórmula de la función.

3º.- Determinar los valores de k para que la ecuación $x^2 + kx + 9 = 0$, tenga

- a) Dos soluciones reales.
- b) Una única raíz.
- c) Carezca de soluciones reales.

4º.- Determinar k de tal modo que la ecuación $4x^2 + 2(k - 10)x + 8k = 0$ tenga una única raíz.

5º.- Si la suma de las soluciones de una ecuación de 2º grado es 1 y su producto $-0,75$ ¿Cuáles son las soluciones?

6º.- La ecuación $x^2 + mx + 12m = 0$ tiene a 4 como raíz. Calcular la otra raíz.

7º.- Calcular k para que en la ecuación $4x^2 - 4x + (k - 7) = 0$, una raíz exceda a la otra en 2 unidades.

8º.- Una piedra al ser lanzada hacia arriba, describe una trayectoria parabólica de ecuación $e = -t^2 + 5t$ donde e representa la distancia desde la piedra al piso y t el tiempo transcurrido.

- a) ¿Qué variables se relacionan?
- b) ¿Cuál es la variable independiente? ¿Cuál la dependiente?
- c) Determinar analíticamente el Dominio.
- d) Graficar la función.
- e) Determinar la imagen de la función.
- f) ¿Cuál es la altura máxima alcanzada por la piedra? ¿En qué tiempo?
- g) ¿En qué tiempos la piedra alcanzó una altura de 6 metros?
- h) ¿Qué altura tuvo a los 0,5 segundos? ¿Y a los 4,5 segundos?

9º.- Desde la azotea de un edificio un objeto es lanzado hacia arriba; la distancia $d(t)$ medida en metros, que hay entre el objeto y el suelo a los t segundos está dada por $d(t) = -44t^2 + 44t + 33$.

- a) Calcular la distancia máxima entre el objeto y el suelo.
- b) Calcular la altura del edificio.

Trabajo Práctico Nº 6: “Expresiones Algebraicas: Valor numérico - Operaciones”

1º.- i) Indicar cuáles de las siguientes expresiones son polinómicas, justificando en caso negativo.

- a) $A(x) = 2x^2 + \text{sen } x$ b) $B(s) = 2x^2 + 4s^2 - \frac{1}{2}s^7$ c) $C(a) = a^{3/2} - 5a + 12$
 d) $D(x) = \frac{3}{2}x + 12x - 2^{-1}$ e) $E(x) = 7^{3/2} - 5x + 3x^2$ f) $F(t) = t^{-3} + 2t^{-2} - 5$
 g) $G(x) = 5^{-3} + 5^{-2}x - x^3$ h) $H(a) = 3a^2 - b$

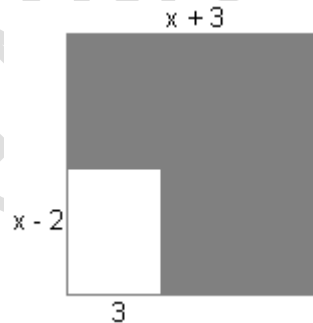
- ii) Para los polinomios, identificar la variable de la cual depende e indicar el grado del mismo.
 iii) De ser necesario, completarlos y ordenarlos en forma decreciente.

2º.- Para cada uno de los siguientes enunciados

- a) El área de un prisma recto, cuya base es cuadrada de longitud “c”, y de altura “h”.
 b) La altura que alcanza un objeto lanzado verticalmente hacia arriba en un tiempo “t”, con una velocidad inicial v_0 y una aceleración “a”.
 c) La fuerza con la que dos cuerpos se atraen, siendo m_1 y m_2 las masas respectivas y “d” la distancia a la que se encuentran.
 d) El perímetro y el área de un rectángulo de base “b” y altura “h”.
 i) Escribir la expresión algebraica correspondiente.
 ii) Decidir cuáles son polinomios y cuáles no.
 iii) Para los que no sean polinomios, decir por qué no lo son.

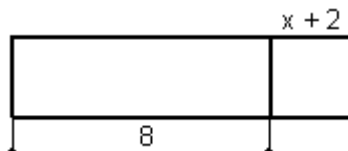
3º.- Sabiendo que $(a + b)x^3 + ax^2 + (c + a)x + d - c = 5x^3 + 7x^2 + 3x - 2$, calcular a, b, c y d.

4º.- Dada la siguiente figura:



- a) Determinar una expresión para el área sombreada.
 b) ¿Cuál es el área si $x = 12$?

5º.- Para la siguiente figura:



- a) Encontrar una expresión para el área.
 b) ¿Cuál es el área si $x = 3$? ¿y si $x = 6$?
 c) Para qué valores de x tiene sentido la expresión encontrada en a).

6º Dados $P_1(x) = 6x^4 + 2x^3 + x^2 + 5$; $P_2(x) = 3x^4 - 12x^3 + x - 10$ y $P_3(x) = x^3 - 10x^2 + x$, calcular:

- a) $P_1 - P_2 + P_3$ b) $P_1 \cdot P_2 + P_3$ c) $\frac{P_1 - P_2}{P_3}$ d) $P_1 - 2P_3$
 e) $P_1 \cdot (P_2 + P_3)$ f) $(P_1 + P_2) : (P_1 + P_2 - P_3)$ g) $(P_3 - 2) \cdot P_3$ h) $(P_1 + P_2 - P_3)^2$

7°.- Hallar P(x) tal que:

- a) $(2 + 3x) \cdot P(x) = 2 - x - 6x^2$
 b) $(x^3 - 1) \cdot P(x) = x^5 - x^3 - x^2 + 1$
 c) $P(x) \cdot (2x - 4x^2) = x - 4x^2 + 4x^3$

8°.- Hallar m y n para que $P(x) = x^4 - 3x^3 + mx + n$ sea divisible por $x^2 - 2x - 3$.

9°.- ¿Cual es el polinomio que dividido por $(x - 2)$ tiene cociente $2x^3 + 7x^2 + 6x - 2$ y resto 3?

Autoevaluación Trabajo Práctico 6

1.- Responder Verdadero o Falso, NO justificar la respuesta. Escribir las respuestas con tinta.

- a) La expresión $x^2 + 3x - \text{sen } x$ es polinómica
 b) El polinomio $7x - 2x^5 + x^3 - 5$ tiene a 1 como raíz
 c) El polinomio $x^4 + 2x^3 - 4$ esta ordenado decrecientemente y completo
 d) Las dos raíces reales del polinomio $2x^2(x - 5)$ son $x_1 = 0$ y $x_2 = 5$
 e) En el polinomio $P(x) = 3x^4 - 5x^2 - 3k$ el término independiente es $3k$

2.- Completar con la respuesta correcta. Escribir las respuestas con tinta.

- a) El resto R de la división $(7x - 2x^5 + x^3 - 5) : (2x + 1)$ es.....
 b) Las raíces del polinomio $P(x) = x^2 - 7$ son $x_1 = \dots$ y $x_2 = \dots$
 c) Sea el polinomio $P(x) = 2(x - 3) + x - 6(1 - \frac{1}{3}x)$ entonces $P(-3) = \dots$
 d) El polinomio P(x) tal que al dividirlo por $x^3 + 3$ da como cociente $2x^2 - 1$ y resto $6x + 4$ es $P(x) = \dots$
 e) El polinomio P(x) que satisface $P(x)(x - 2x^2) = x - 2x^2 + 2x^3$ es $P(x) = \dots$

3.- Escribir en el recuadro y con tinta, la letra correspondiente a la respuesta correcta. Si ninguna es, escribir N.

- a) Si $P(x) = 5x^2 - 3$ entonces $[P(x)]^2$ es igual a:
 A) $25x^4 - 30x^2 + 9$ B) $25x^4 - 15x^2 + 9$ C) $25x^4 - 9$ D) $25x^4 + 9$
 b) Una raíz del polinomio $3x^3 + x^2 - 2x$ es:
 A) -1 B) 1 C) 2 D) 3
 c) Si $P_1(x) = (x + 2)^2$ y $P_2(x) = 4x + 4$ entonces $P_1(x) - P_2(x) =$
 A) $x^2 - 4$ B) $x^2 + 8$ C) x^2 D) $x^2 - 8$
 d) Si $P_1(x) = (x - 3)$ y $P_2(x) = (x + 3)$ entonces $P_1(x) \cdot P_2(x) =$
 A) $x^2 + 9$ B) $x^2 - 9$ C) $x^2 - 3$ D) $9 - x^2$
 e) El polinomio $2x^2 + 4x - 6$ puede ser expresado como:
 A) $2(x - 1)(x + 3)$ B) $2(x + 1)(x + 3)$ C) $2(x - 1)(x - 3)$ D) $(x - 1)(x + 3)$

Trabajo Práctico N° 7: “Regla de Ruffini. Teorema del Resto.”

1°.- Encontrar el resto de las siguientes divisiones, de tres formas distintas.

a) $(3x^4 + x^2 + 5x) : (x + 1)$

b) $(x^3 + 5x^2 + 3x - 9) : (x + 3)$

c) $(4x^3 + 4x^2 - 3x - 3) : (x + 1)$

d) $(x^4 - 9x^2 + 8x + 15) : (x + 4)$

2°.- Encontrar k para que al dividir $x^4 - 5x + k$ por $x + 3$ dé resto -3

3°.- Si $4x^2 + ax + b$ deja resto 25 y 1 al dividirse por $x + 1$ y por $x - 1$, respectivamente, ¿Qué valores toman a y b ?

4°.- Hallar m para que las siguientes divisiones sean exactas, $(5x^2 - mx + 3) : (x - 5)$ y $(9 + x^2 - mx) : (x + 4)$

5°.- Determinar si los divisores del término independiente son raíces de $P(x)$. Escribir $P(x)$ en función de sus raíces

a) $P(x) = x^3 - 3x^2 + 4$

b) $P(x) = x^3 - 7x + 6$

c) $P(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$

6°.- Dados los siguientes polinomios

a) $P(x) = x^4 - 2x^3 + 3x - 6$

b) $P(x) = -2x^3 + 5x^2 - 3x + 2$

c) $P(x) = x^3 + 3x^2 - 8x - 4$

i) Indicar, sin hacer el cociente, si es exacta la división de $P(x)$ por $(x - a)$ siendo $a = 1$; $a = -1$ y $a = 2$ respectivamente.

ii) Indicar en qué caso a es una raíz de $P(x)$.

iii) Indicar en qué caso $P(x)$ es divisible por $(x - a)$.

7°.- Encontrar las raíces R de los siguientes polinomios

a) $P(x) = x^3 - 5x^2$

b) $P(x) = x^2 - 7x + 10$

c) $P(x) = x^2 - 4x + 4$

d) $P(x) = x^2 - 4$

8°.- Determinar un polinomio que:

a) Sea de 3° grado, tenga como raíces a -2 , 1 y 5 y coeficiente principal 3 .

b) Sea de 4° grado, tenga como raíces los $n^0 -1$, -2 , 2 , 5 y $P(0) = 6$.

c) Sea de 2° grado, tenga como raíces los $n^0 -3$ y 4 y coeficiente principal -3 .

d) Sea de 3° grado, tenga como raíces los $n^0 -3$, -2 , y 2 ¿Puede hallar otro polinomio que cumpla las mismas condiciones?

9°.- Sean $P(x) = 2x^5 - 2x^4 - 14x^3 + 26x^2 - 12x$, $Q(x) = x^2 - 2x + 1$. Sabiendo que $Q(x)$ es factor de $P(x)$, encontrar las raíces R de $P(x)$ y escribirlo en función de sus raíces

10°.- Sabiendo que -3 es una raíz de $P(x) = 4x^4 + ax^3 + 3x^2 - 2ax - 2$; calcular a .

11°.- Hallar el número que hay que sumar al polinomio $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x$ para que sea divisible por $(x - 3)$

Autoevaluación Trabajo Práctico 7

1.- Responder Verdadero o Falso, NO justificar la respuesta. Escribir las respuestas con tinta.

- a) La división $(x^5 - 32) : (x - 2)$ es exacta
- b) $P(x) = 2x^2 - x - 1$ es divisible por $(x - 1)$
- c) Si en una división de polinomios, el dividendo es de grado 6 y el divisor de grado 2, entonces el grado del cociente es de grado 4.
- d) Si $P(x) = 2x^2 - 6x - k$ y $P(1) = 7$ entonces $k = -11$
- e) Si en la división de polinomios es posible aplicar la regla de Ruffini, entonces el grado del cociente siempre será de un grado menor al grado del dividendo.

2.- Completar con la respuesta correcta. Escribir las respuestas con tinta.

- a) Para que al dividir $P(x) = 3x^3 - 5x^2 + kx + 2$ en $(x + 1)$ se obtenga un resto -24 , el valor de k debe ser $k = \dots\dots\dots$
- b) El resto de la división $(7x - 2x^5 + x^3 - 5) : (x + 1)$ es $\dots\dots\dots$
- c) Para que la siguiente división sea exacta $3x^3 - 5x^2 + kx + 2) : (x + 1)$, el valor de k debe ser, $k = \dots\dots$
- d) El polinomio de segundo grado, $P(x)$, que tiene a $x = 1$ como raíz y $P(3) = 10$ es $P(x) = \dots\dots\dots$
- e) En una división de polinomios, el dividendo es de grado siete y el divisor de grado cuatro, entonces el grado del cociente es $\dots\dots\dots$ y el grado del resto es $\dots\dots\dots$

3.- Escribir en el recuadro y con tinta, la letra correspondiente a la respuesta correcta. Si ninguna es, escribir N.

- a) El valor de k para que al dividir $P(x) = 4x^3 - x^2 + kx - 1$ en $(x + 1)$ tenga resto 8, debe ser
 A) $k = -11$ B) $k = 14$ C) $k = -14$ D) $k = 11$
- b) El valor de b para que $x^4 - 3x^3 + bx + 10$ sea divisible por $(x + 1)$ debe ser:
 A) -14 B) 14 C) 8 D) -8
- c) El polinomio de coeficiente principal 3 y raíces $x_1 = 1$ y $x_2 = -2$ es
 A) $-3(x - 1)(x + 2)$ B) $3(x + 1)(x + 2)$ C) $3x^2 + 3x - 6$ D) $3x^2 - 3x + 6$
- d) El polinomio $3 - 5x + x^4$ es múltiplo de
 A) $(x + 1)$ B) $(x - 1)$ C) $(x - 2)$ D) $(x + 2)$
- e) El polinomio $x^2 + 5x + 6$ es divisible por :
 A) $(x + 2)$ B) $(x - 2)$ C) $(x - 3)$ D) $(x - 6)$

Trabajo Práctico N° 8: “Factoreo de Expresiones Algebraicas”

1°.- Dadas las siguientes expresiones.

- a) $-12a^4y^3z^4 + 36a^3y^5z + 24a^3y^2$
- b) $\frac{3}{5}x^5y^3z^2 - \frac{12}{25}x^3y^4z^5 + \frac{9}{10}x^4y^2z^2$
- c) $-16y^2 + 12y^3 - 18y^5$
- d) $\frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{3}{2}(x-1)^3$

- i) Extraer factor común.
 ii) Extraer el factor común indicado para cada caso.

a) $-4a^2y$ b) $25x^2y^2z$ c) $-6y^2$ d) $(x-1)^2$

2°.- Dados los siguientes polinomios.

a) $2t^2x + 2b^3x + 5t^2 - t^2y - b^3y + 5b^3$ b) $a^2d + am^3 - ax^2d - m^3x^2$
 c) $x^3 - 2x^2 - x + 2$ d) $3x^3 + 6x^2 - 5x - 10$
 e) $a^6 - a^4 - a^2 + 1$ f) $2ax + 2bx - ay + 5a - by + 5b$

- i) Extraer factor común por grupos
 ii) Para los casos c), d) y e) indicar las raíces **R** de dichos polinomios.

3°.- Completar $P(x)$ para que sea trinomio cuadrado perfecto y factorarlo.

a) $P(x) = 16x^4 + 25$ b) $P(x) = 49x^6 - 70x^3$
 c) $P(x) = 49y^2 - 30x$

4°.- Determinar m para que los siguientes trinomios sean cuadrados perfectos.

a) $4x^2 + mx + 4$ b) $x^2 - 2mx + 25$
 c) $16x^2 - 8ax + m$ d) $x^2 + 4x^2y^2 + m$

5°.- Factorea los siguientes trinomios.

a) $3x^2 - 6x - 9$ b) $x^2 + 6x + 9$ c) $3x^2 - 6x - 24$
 d) $-x^2 + 6x - 9$ e) $x^2 - 2x - 15$ f) $x^2 - x + \frac{1}{4}$

6°.- Factorear, de ser posible, los siguientes cuatrinomios.

a) $27b^3 + 108ab^3 + 144a^2b^3 - 64a^3b^3$ b) $x^3 - 9x^2y + 27xy^2 - 27y^3$
 c) $x^3 - 12b^3x^2 + 48b^5x - 64b^9$ d) $b^6 - 6b^4 + 12b^2 - 8$

7°.- Expresar, de ser posible, los siguientes binomios como producto de dos o más factores.

a) $a^4x^8 - 81$ b) $-x^2 + 100$ c) $32x^5 - 1$ d) $x^6 + 729$
 e) $27 + y^3$ f) $(x+1)^2 - (x-1)^2$ g) $x^4 - 16$ h) $x^3 - 64$

8° Factorear las siguientes expresiones.

a) $\frac{1}{4}a^2x^4 + a^2bx^2 + a^2b^2 + \frac{1}{4}bx^4 + b^2x^2 + b^3 =$
 b) $x^7 + 2x^6y + x^5y^2 - x^3y^4 - 2x^2y^5 - xy^6 =$
 c) $\frac{1}{2}a^6 - \frac{1}{2}a^5c - \frac{1}{2}a^5b + \frac{1}{2}a^4bc - \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}ac + \frac{1}{2}ab - \frac{1}{2}bc =$
 d) $81 + 81y - 81x - 81xy - c^4 - c^4y + c^4x + c^4xy =$

e) Dado el polinomio $P(x) = 2x^4 + x^3 - 8x^2 - x + 6$. Comprobar cuales de los divisores del término independiente son raíces de $P(x)$. Descomponer $P(x)$ en sus factores primos.

9°.- Calcular el Máximo Común Divisor y Mínimo Común Múltiplo de los siguientes polinomios

a) $P(x) = x^2 + x - 2$ y $Q(x) = x^2 + 2x - 3$ b) $P(x) = 2x^2 - 2$ y $Q(x) = 4x - 4$
 c) $P(x) = x - 1$, $Q(x) = 2x + 2$ y $R(x) = 3x^2 - 3$ d) $P(x) = x^2(x - 2)$ y $Q(x) = x(x^2 - 4)$

Autoevaluación Trabajo Práctico 8

1.- Responder Verdadero o Falso, NO justificar la respuesta. Escribir las respuestas con tinta.

a) El factoro de $x^2 - 2x + 1$, es $(1 - x)^2$

b) $(x - 3)(x - 3) = x^2 - 9$

c) $x \left(2x - \frac{1}{9}\right) \left(2x - \frac{1}{9}\right) = 4x^3 - \frac{1}{81}x$

d) $(x + 2)^2 - (x - 2)(x + 2) = 4(x + 2)$

e) Uno de los factores de $x^3 - 27$ es $x^2 + 3x + 9$

2.- Completar con la respuesta correcta. Escribir las respuestas con tinta.

a) Si se factora completamente $P(x) = x^6 - 9x^2$ se obtiene, $P(x) = \dots\dots\dots$

b) Los factores primos de $P(x) = 6x^4 - 3x^3 - 24x^2 + 12x$ son, $P(x) = \dots\dots\dots$

c) Las raíces reales de $2x^3 + 4x^2 - 2x - 4 = 0$ son $x_1 = \dots\dots\dots$, $x_2 = \dots\dots\dots$ y $x_3 = \dots\dots\dots$

d) Si $x = 2$ es raíz de $P(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$, la expresión factorizada de $P(x)$ es, $P(x) = \dots\dots\dots$

e) El valor de a y b , tal que $P(x) = Q(x)$ siendo $P(x) = x^3 - 3x + 2$ y $Q(x) = (x - 1)(x + a)(x + b)$ es $a = \dots\dots\dots$ y $b = \dots\dots\dots$

3.- Escribir en el recuadro y con tinta, la letra correspondiente a la respuesta correcta. Si ninguna es, escribir N.

a) La ecuación $2(x + 2)(2x - 7)(x - 7) = 0$ tiene por conjunto solución

- A) $\{2, 7, -7\}$ B) $\{-2, 7, -\frac{7}{2}\}$ C) $\{-2, \frac{7}{2}, 7\}$ D) $\{-2, 7, -7\}$

b) La factorización de $x^2 - 13x + 30$ es:

- A) $(x - 7)(x - 12)$ B) $(x - 10)(x - 3)$ C) $(x - 5)(x - 6)$ D) $(x - 15)(x - 2)$

c) Al factorizar $x^2 + 4$ se obtiene:

- A) $(x + 2)(x - 2)$ B) $(x + 2)(x + 2)$ C) $(x - 2)^2$ D) $(x + 2)^2$

d) $x^3 + 27$ es divisible por

- A) $x^2 - 3x + 9$ B) $x^2 + 3x + 9$ C) $x^2 - 3x - 9$ D) $x^2 - x + 3$

e) $x^4 + 16$ es divisible por

- A) $x + 4$ B) $x - 4$ C) $(x + 4)$ y $(x - 4)$ D) *No es divisible*

Trabajo Práctico Nº 9: "Expresiones Algebraicas Racionales"

1º.- Simplificar las siguientes expresiones algebraicas.

a) $\frac{nx - 1 - n + x}{nx - 2 - n + 2x} =$

b) $\frac{9a^2 + 12ab + 4b^2}{27a^3 + 54a^2b + 36ab^2 + 8b^3} =$

c) $\frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + x - 6} =$

d) $\frac{ab - 2b - a + 2}{a^2 - 4} =$

$$e) \frac{a^3 - 8}{a^2 - 4} =$$

$$f) \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x - 2} =$$

2º.- Resolver las siguientes sumas.

$$a) \frac{2}{x+1} + \frac{2x}{6} - 4 - \frac{x}{3} =$$

$$b) \frac{a-b}{b} + \frac{2a}{a-b} - \frac{a^3 + a^2 b}{a^2 b - b^3} =$$

$$c) \frac{2}{2a-3} + \frac{2}{2a+3} - \frac{18a+15}{4a^2-9} =$$

$$d) \frac{3}{2x^4} - \frac{1}{x+2} - \frac{x+10}{2x^2-8} =$$

3º.- Resolver las siguientes multiplicaciones y/o divisiones.

$$a) \frac{3x^2 + 6}{2x^3} \cdot \frac{x^2 + 8x + 16}{x^4 - 16} \cdot \frac{2x^3 - 4x^2}{3x + 12} =$$

$$b) \frac{10ab - 6a}{x + y} \cdot \frac{x^2 - y^2}{am - a} \cdot \frac{m - 1}{2ab - 12} =$$

$$c) \frac{2x^3 - 16}{x} : \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x} =$$

$$d) \frac{1-a}{1-a^3} : \frac{1+a}{1-a^2} =$$

4º.- Resolver las siguientes operaciones combinadas.

$$a) \left(1 - \frac{6}{x} + \frac{9}{x^2}\right) \cdot \left(2 - \frac{6}{x+3}\right) : \frac{9-x^2}{x} =$$

$$b) (6x+12) \cdot \left[\left(\frac{x}{x-2} - \frac{4x}{x^2-4} + \frac{2}{x-2}\right) : \left(2 - \frac{8}{x+2}\right)\right] =$$

$$c) \frac{\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2x}\right) \cdot \left(\frac{4x}{8} - \frac{3x}{2}\right)}{x^2 - 4x + 4} \cdot \frac{4x - 8}{2x} =$$

$$d) \frac{1 - \frac{a+b}{a-b}}{1 + \frac{a+b}{a-b}} =$$

$$e) \frac{\frac{x^4 - 16}{x^2 + 4x + 4}}{(x+2)} =$$

$$f) \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} =$$

5º.- ¿Cuáles de las siguientes expresiones son iguales?

$$a) \frac{a^2 - a}{a} =$$

$$b) \frac{a-1}{a^2 - a} =$$

$$c) \frac{\frac{a+1}{a}}{a^2 - 1} =$$

$$d) \frac{\frac{a+1}{a}}{(a^2 - 1)^{-1}} =$$

$$e) \frac{(a+1) \cdot a^{-1}}{a^2 - 1} =$$

$$f) \frac{\frac{a+1}{a}}{(a^2 - 1)^{-1}} =$$

6º.- Hallar $P(x)$ que verifica la identidad dada.

$$a) \frac{x^3 + 1}{P(x)} \cdot \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x^2 + x} = \frac{x-1}{x}$$

$$b) \frac{P(x)}{x+3} - \frac{2x+6}{x^2+6x+9} = \frac{x^2-2}{x+3}$$

7º Demostrar que $\frac{(a+b)^2}{4} - \frac{(a-b)^2}{4} = ab$

8º Demostrar que al simplificar la fracción $\frac{\frac{x+1}{1} \cdot \frac{x-1}{x-1}}{\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}} =$ se obtiene 2

Autoevaluación Trabajo Práctico 9

1.- Responder Verdadero o Falso, NO justificar la respuesta. Escribir las respuestas con tinta.

- a) El mínimo común múltiplo de $x^2 + 6x + 9$ y $x^2 - 9$ es $(x - 3)^2$
- b) El cociente $P(x):Q(x)$ se puede realizar, siempre que $Q(x)$ no sea el polinomio nulo
- c) $P(x) = x^2 + 1$ es primo
- d) $\left(\frac{x-2}{x+1}\right)^2 = \frac{(x-2)^2}{(x+1)^2}$
- e) El cociente $(x - 2):(x + 1)$ no se puede realizar si $x = -1$

2.- Completar con la respuesta correcta. Escribir las respuestas con tinta.

- a) Al operar y simplificar $\left(\frac{a^2+9}{a} - 3\right) : \frac{a^3+27}{2a}$ = se obtiene.....
- b) La solución de la ecuación $\frac{2(x+3)}{4x^2-25} = \frac{2}{2x+5} - \frac{4}{2x-5}$ es, $x =$
- c) Al simplificar la expresión $\left(3x + \frac{9x}{x-3}\right) : \frac{x}{5}$ = se obtiene.....
- d) El polinomio $P(x)$ que verifica la ecuación $\frac{x^3+1}{P(x)} \cdot \frac{x^2-2x+1}{x^3-x^2+x} = \frac{x-1}{x}$ es, $P(x) =$
- e) La siguiente expresión $\frac{x^3-27}{x^2} \cdot \left(x + 3 + \frac{9}{x-3}\right)$ se puede simplificar siempre y cuando x no toma los valores:.....

3.- Escribir en el recuadro y con tinta, la letra correspondiente a la respuesta correcta. Si ninguna es, escribir N.

- a) Si se simplifica $\frac{2x^2+6x}{x^2+x-6}$ se obtiene
 - A) $\frac{2x+1}{x+1}$
 - B) $\frac{2x}{x-2}$
 - C) $\frac{2x+6}{x-5}$
 - A) $\frac{2x+1}{x-1}$
- b) El resultado de la división $\frac{a-b}{a^2-b^2} : \frac{(a-b)^2}{a+b}$ = es:
 - A) $\frac{1}{(a-b)^2}$
 - B) $\frac{1}{(a+b)^2}$
 - C) $(a - b)^2$
 - D) $(a - b)^{-1}$
- c) $\frac{2x}{x-1} - \frac{x-x^2}{x^2-2x+1}$ = es equivalente a:
 - A) $\frac{3x}{x+1}$
 - B) $\frac{3x}{x-1}$
 - C) $\frac{x}{x-1}$
 - D) $\frac{3x}{(x-1)^2}$
- d) La suma $\frac{2}{x-1} + \frac{3}{2x+2} - \frac{4}{x^2-1}$ = tiene por resultado:
 - A) $\frac{7}{2(x+1)}$
 - B) $\frac{7}{2(x-1)}$
 - C) $\frac{9}{2(x+1)}$
 - D) $\frac{7}{(x+1)}$
- e) El mínimo común múltiplo de $4x^2 - 25$, $x + 5$ y $2x + 5$ es:
 - A) $(2x + 5)(x - 5)$
 - B) $(2x - 5)(x + 5)$
 - C) $(2x + 5)(x + 5)$
 - D) $(2x + 5)^2(x + 5)$

Trabajo Práctico Nº 10: “Sistemas de Ecuaciones Lineales”

1°.- Dados los siguientes sistemas:

$$a) \begin{cases} 2x - 5y = 16 \\ 4x + y = 10 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} y = 3x - 4 \\ -3x + y = -4 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + y + 2 = 0 \\ 2x + 2y + 2 = 0 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 2x + 5y = -24 \\ 8x - 3y = 19 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} x + 3y - 9 = 0 \\ 6y = 18 - 2x \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} y = 2\left(x - \frac{3}{2}\right) + 9\left(\frac{x}{3} + \frac{1}{9}\right) \\ 4x - 3y = 9x - y - 2 \end{cases}$$

Resolverlos por el método gráfico y clasificarlos. Resolverlos por un método analítico.

2°.- Dado el sistema $\begin{cases} x - 2y = m \\ -2x + 4y = 3 \end{cases}$

a) Determinar m para que el sistema: a) Tenga infinitas soluciones, b) No tenga solución

3°.- Dado el sistema $\begin{cases} x + 2my = 3 \\ -3x + 6y = -9 \end{cases}$

a) Determinar m para que el sistema sea compatible indeterminado.

b) Determinar m para que el sistema sea compatible determinado.

4°.- Calcular el valor k para que la solución del sistema $\begin{cases} 3x - ky = 5 \\ -2kx - 3y = 4 \end{cases}$ sea (1,-2).

5°.- Dados los siguientes sistemas:

$$a) \begin{cases} x + 2y + 3z = 9 \\ 2x - y + z = 8 \\ 3x - z = -3 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} -x + 2y - z = 1 \\ 3x - 2y + 4z = 5 \\ x + y + 3z = 2 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ -x + 3y + 2z = 0 \\ 2x + y - 2z = 0 \end{cases}$$

I) Resolverlos por el método de determinantes y clasificarlos.

II) Resolverlos por algún otro método analítico.

6°.- Plantear y resolver los siguientes problemas:

a) Si se incrementa el ancho de un rectángulo en 2 m y su largo en 12 m, el área aumenta 480m². Si se aumenta el ancho en 12 m y el largo en 2 m, el área aumentará en 660 m². Encontrar las medidas del rectángulo original.

b) Dos niños contaban animales en un corral donde habían gallinas y conejos, uno de ellos contaba las cabezas y el otro las patas. El primero contó 21 y el segundo 54 ¿Cuántas gallinas y conejos habían?

c) Con 200 m de alambre quieren cercar un terreno rectangular. Si el largo supera en 30 m al ancho ¿cuáles son las medidas del terreno?

d) En un triángulo el ángulo más grande es 60° mayor que el ángulo más pequeño y el ángulo restante 10° mayor que tres veces el ángulo más pequeño. Encontrar la medida de cada ángulo.

e) Un carpintero fabrica sillas, mesas y placares. Se necesitan 10 minutos para lijar una silla, 6 para pintarla y 12 para barnizarla. Se requieren 12 minutos para lijar una mesa, 8 para pintarla y 12 para barnizarla. Son necesarios 15 minutos para lijar un placard, 12 para pintarlo y 18 para barnizarlo. El centro de lijado está disponible 16 hs a la semana, el de pintura 11 hs a la semana y el de barnizado 18 hs semanales ¿Cuántas unidades de cada mueble deben fabricarse por semana de modo que los centros de trabajo se utilicen a toda su capacidad?

7° Cuales de los siguientes enunciados podría corresponder al sistema $\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + 4y = 32 \end{cases}$

- a) Un examen consta de un total de 10 preguntas y se puntúan con 4 puntos las acertadas y con menos 2 puntos las erróneas. Al final se ha obtenido un 32 de puntuación en el examen. ¿Cuántas preguntas se han acertado y cuantas se han fallado?
- b) Tenemos 32 bolas de colores y las repartimos en bolsas de 2 y de 4 bolas cada una. Al final nos quedan 10 bolas sueltas. ¿Cuántas bolsas de cada tipo tenemos?
- c) En un aparcamiento hay 10 vehículos entre motos y coches. En total hay 32 ruedas, sin contar las de repuesto. ¿Cuántas motos y coches hay en el garaje?

Autoevaluación Trabajo Práctico 10

1.- Responder Verdadero o Falso, NO justificar la respuesta. Escribir las respuestas con tinta.

- a) Las rectas $x + y = 3$, $2x - y = 0$ se intersecan en el punto (1,2)
- b) La solución del sistema $\begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ x - y = -5 \end{cases}$ es (-3,2)
- c) Un sistema de ecuaciones lineales es incompatible cuando no tiene solución
- d) El sistema formado por las ecuaciones de dos rectas paralelas, es incompatible
- e) La solución de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas cada una depende del método con el que se lo resuelva.

2.- Completar con la respuesta correcta. Escribir las respuestas con tinta.

- a) El valor de k para que (3, 1) sea solución de $\begin{cases} 7x - 2y = 19 \\ 5x - ky = 20 \end{cases}$ es $k = \dots\dots\dots$
- b) Un hacendado compro 4 vacas y 7 caballos por \$514 y ese mismo día más tarde, a los mismos precios compro 8 vacas y 9 caballos. El precio de cada vaca es de \$.....y de cada caballo \$.....
- c) Un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas cada una, puede tener una solución ó.....soluciones ósolución.
- d) Un sistema de ecuaciones lineales es compatible indeterminado si.....
- e) Al menos 5 soluciones que tiene el sistema $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2y = 4 - 2x \end{cases}$ son.....

3.- Escribir en el recuadro y con tinta, la letra correspondiente a la respuesta correcta. Si ninguna es, escribir N.

a) Se tienen \$ 10,20 en 84 monedas de 25 y 10 centavos. La cantidad (x) de monedas de 25 centavos y la cantidad (y) de monedas de 10 centavos, se puede calcular mediante el sistema de ecuaciones:

- A) $\begin{cases} x + y = 10,2 \\ 0,25x + 0,1y = 84 \end{cases}$ B) $\begin{cases} x + y = 10,2 \\ 25x + 10y = 84 \end{cases}$ C) $\begin{cases} x + y = 84 \\ 0,25x + 0,1y = 10,2 \end{cases}$ D) $\begin{cases} x + y = 84 \\ 25x + 10y = 10,2 \end{cases}$

b) Los puntos en común que tienen las rectas $x + 2y + 3 = 0$ con $4y = -2x - 6$ son

- A) Sólo uno B) Ninguno C) Infinitos D) Varios

c) La solución del sistema de ecuaciones lineas $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 4x - y = 2 \end{cases}$ es:

- A) $x = -1$ e $y = 3$ B) $x = 2$ e $y = 6$ C) $x = 1$ e $y = 2$ D) $x = -1$ e $y = -3$

d) Gráficamente el sistema $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x + 4y = 3 \end{cases}$ son dos rectas

- A) Que se intersecan en un punto
C) Paralelas

- B) Perpendiculares
D) Coincidentes

e) El sistema $\begin{cases} 2x - 4y = 6 \\ -3x + 6y = -9 \end{cases}$ es:

- A) Compatible determinado
C) Incompatible

- B) Compatible indeterminado
D) No se puede afirmar nada de este sistema

Trabajo Práctico Nº 11: “Uso de la calculadora – Medición de ángulos”

1°.- Dos de los sistemas para medir ángulos son el Sexagesimal (DEG en las calculadoras) y el radial (RAD en las calculadoras).

a) Colocar la calculadora en modo DEG y calcular coseno de 45°.

Colocar la calculadora en modo RAD y calcular coseno de 45.

¿Por qué se han obtenido distintos valores?.

b) Colocar la calculadora en modo DEG y calcular arco seno de 0,5.

Colocar la calculadora en modo RAD y calcular arco seno de 0,5.

¿Por qué se han obtenido distintos valores?

c) Colocar la calculadora en modo DEG y calcular tangente de 45°.

Colocar la calculadora en modo RAD y calcular tangente de $\frac{\pi}{4}$.

¿Por qué se ha obtenido el mismo resultado?

2°.- Como ambos sistemas (sexagesimal y radial) sirven para un mismo propósito, existe entre ellos una equivalencia.

Completar la siguiente tabla que nos ayudará a realizar el pasaje de un sistema a otro de cualquier ángulo dado.

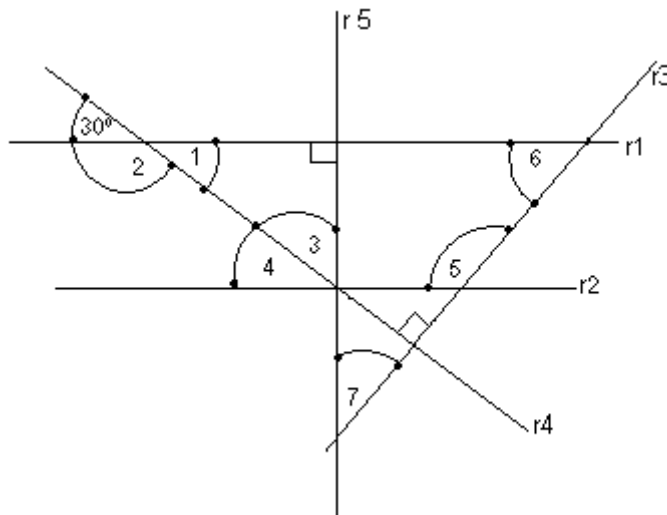
Sistemas	
Sexagesimal	Radial
90°	
	π
270°	
	$2.\pi$

3°.- Dados los siguientes ángulos $108.000''$, $\frac{5}{3}\pi$, 120° , $2,098$, $1,0559$, $300,01^\circ$.

a) Ordenarlos de menor a mayor en el sistema sexagesimal notación decimal y notación en grados, minutos y segundos.

b) Ordenarlos de mayor a menor en el sistema radial.

4°.- En la siguiente figura se sabe que $r_1 // r_2$.



- a) Calcular la amplitud de los ángulos señalados con números.
- b) Expresar la amplitud de dichos ángulos en el sistema sexagesimal, notación decimal.
- c) Expresar la amplitud de dichos ángulos en el sistema radial.

5°.- Expresar en los sistemas Sexagesimal y Radial el ángulo que genera el minutero de un reloj cuando avanza: 1minuto, 5minutos, 15 minutos y 30 minutos.

6°.- Suponer que la Tierra demora 24 horas en dar un giro completo en torno de su propio eje. Calcular cuántos radianes gira en: 5 segundos, 17 minutos y en 3 horas.

7°.- Determinar la longitud de un arco de circunferencia con radio 3 cm, sabiendo que está subtendido por un ángulo de:

- a) 2,5 radianes.
- b) $\frac{\pi}{6}$.
- c) 65° .
- d) $60^\circ 45'$.

8°.- Si el minutero de un reloj mide 7cm:

- a) Calcular la distancia recorrida por el extremo del mismo desde las 12:10 hasta las 12:30.
- b) ¿Cuánto tiempo deberá pasar para que el minutero recorra 30cm?

9°.- Las ruedas de una bicicleta tienen 20 cm de radio. Si un punto sobre una de ellas toca 50 veces el suelo durante un avance en línea recta. ¿Qué distancia recorrió ese punto de la rueda?

10°.- Indicar cuáles de los siguientes pares de ángulos son congruentes.

- | | |
|-------------------------------|--|
| a) -60° y 660° | d) $\frac{\pi}{3}$ y $\frac{2}{3}\pi$ |
| b) 70° y 800° . | e) $\frac{\pi}{6}$ y $\frac{13}{6}\pi$ |
| c) 45° y 1485° | f) $-\frac{\pi}{4}$ y $\frac{7}{4}\pi$ |

11°.- Escribir la expresión general de todos los pares de ángulos congruentes con:

- | | | | |
|--------------------|---------------|----------------|----------------------|
| a) $\frac{\pi}{2}$ | b) 60° | c) -18° | d) $-\frac{2}{3}\pi$ |
|--------------------|---------------|----------------|----------------------|

Autoevaluación Trabajo Práctico 11

1.- Responder Verdadero o Falso, NO justificar la respuesta. Escribir las respuestas con tinta.

- a) $270^\circ \equiv 1,5 \pi$
- b) -60° es congruente con $\frac{5}{3}\pi$
- c) Dos ángulos son congruentes cuando solamente difieren en un número exacto de giros.
- d) $2^\circ 3' 2''$ equivalen a $7382''$
- e) La longitud de la circunferencia son 360°

2.- Completar con la respuesta correcta. Escribir las respuestas con tinta.

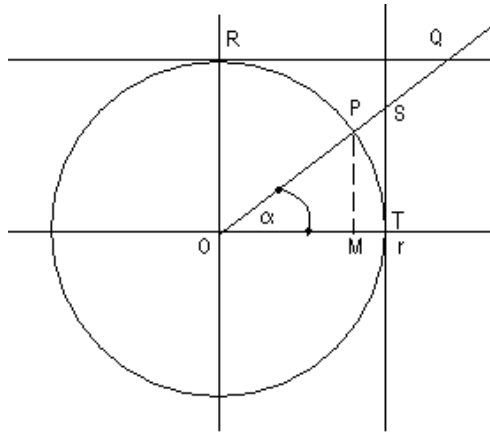
- a) El valor de $P = \frac{\pi rad}{180^\circ}$ es, $P =$
- b) En triángulo dos de sus ángulos miden $\frac{\pi}{2} rad$ y $\frac{\pi}{3} rad$, la medida en grados sexagesimales del tercer ángulo es.....
- c) El valor de x en la igualdad $\frac{\pi}{9} rad + (36x)^\circ = 38^\circ$ es $x =$
- d) Un ángulo positivo, mayor a dos giros y congruente con -50° , es.....
- e) La longitud del arco \widehat{AB} subtendido por un ángulo de 70° en una circunferencia de 18 cm de radio es, $long \widehat{AB} =$

3.- Escribir en el recuadro y con tinta, la letra correspondiente a la respuesta correcta. Si ninguna es, escribir N.

- a) La suma de dos ángulos es $0,22 rad$ y su diferencia $0,16 rad$. La medida del ángulo mayor es:
 - A) $9^\circ 42'$
 - B) $8^\circ 12'$
 - C) $9^\circ 15'$
 - D) $10^\circ 42'$
- b) En $\triangle ABC$ se sabe que $\hat{A} + \hat{B} = 81^\circ$ y $\hat{B} + \hat{C} = 0,75\pi rad$, entonces $\hat{C} - \hat{A}$ es:
 - A) 36°
 - B) 99°
 - C) 54°
 - D) 63°
- c) Al simplificar $\frac{2^\circ 2'}{2'}$ se obtiene:
 - A) 61
 - B) 72
 - C) 52
 - D) 41
- d) Un quinto del ángulo de un giro en cada sistema equivale a:
 - A) 30° y $\frac{\pi}{5} rad$
 - B) 60° y $\frac{3\pi}{5} rad$
 - C) 72° y $\frac{2\pi}{5} rad$
 - D) 64° y $\frac{\pi}{5} rad$
- e) En $\triangle ABC$, $\hat{A} = (3x)^\circ$, $\hat{B} = (9x)^\circ$ y $\hat{C} = (6x)^\circ$, entonces el valor de \hat{C} es:
 - A) $\frac{\pi}{3} rad$
 - B) $\frac{\pi}{4} rad$
 - C) $\frac{\pi}{2} rad$
 - D) $\frac{\pi}{7} rad$

Trabajo Práctico Nº 12: “Funciones Trigonómicas-Resolución de triángulos rectángulos”

1.- Dado el siguiente círculo trigonométrico (radio = 1)



Sabemos que:

$$\text{sen } \hat{\alpha} = \frac{\overline{PM}}{\overline{OP}}, \text{ como } \overline{OP} = r = 1 \text{ unidad de medida, entonces } \text{sen } \hat{\alpha} = \overline{PM}.$$

$$\text{cos } \hat{\alpha} = \frac{\overline{OM}}{\overline{OP}}, \text{ como } \overline{OP} = r = 1 \text{ unidad de medida, entonces } \text{cos } \hat{\alpha} = \overline{OM}.$$

Los triángulos OMP y OTS son semejantes, por ser rectángulos y compartir el ángulo α , en consecuencia sus lados homólogos son proporcionales, es decir:

$$\frac{\overline{PM}}{\overline{OM}} = \frac{\overline{ST}}{\overline{OT}}, \text{ pero } \frac{\overline{PM}}{\overline{OM}} = \text{tg } \alpha \text{ entonces}$$

$$\text{tg } \hat{\alpha} = \frac{\overline{ST}}{\overline{OT}}; \text{ como } \overline{OT} = r = 1 \text{ unidad de medida}$$

$$\text{tg } \hat{\alpha} = \overline{ST}$$

a) Considerando los triángulos $\triangle ORQ$, $\triangle OMP$ demostrar que: i) $\overline{RQ} = \text{cot } \hat{\alpha}$ ii) $\overline{OQ} = \text{cosec } \hat{\alpha}$

b) Considerando los triángulos OTS, OMP demostrar que $\overline{OS} = \text{sec } \hat{\alpha}$.

2°.- Las funciones trigonométricas serán positivas o negativas, según el cuadrante al cual pertenezca el ángulo considerado.

La funciones seno y cosecante serán positivas si el valor de la ordenada del punto P es positiva, y son negativas, si la ordenada es negativa.

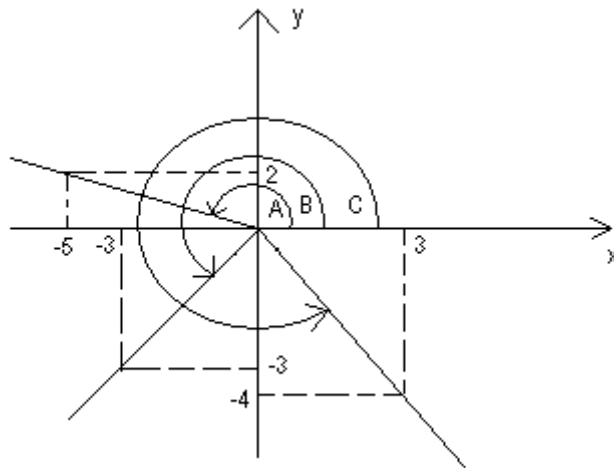
a) ¿Qué ocurre con el signo de la función coseno y su reciproca?

b) ¿Qué ocurre con el signo de la función tangente y su reciproca?

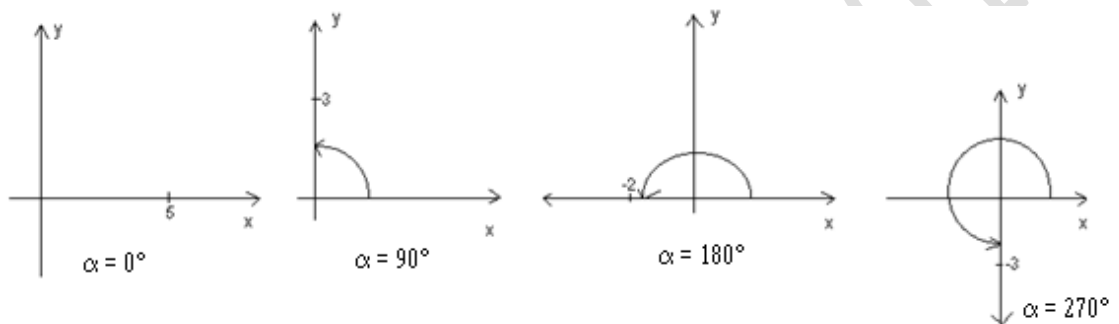
c) Completar la tabla que resume lo enunciado anteriormente. Sugerencia: puede aplicar el siguiente modelo.

	I Cuad.	II Cuad.	III Cuad.	IV Cuad.
$\text{sen } \hat{\alpha}$				
$\text{cos } \hat{\alpha}$				
$\text{tg } \alpha$				

3°.- Calcular las funciones trigonométricas para los siguientes ángulos:



4.- Calcular las funciones trigonométricas de los siguientes ángulos:



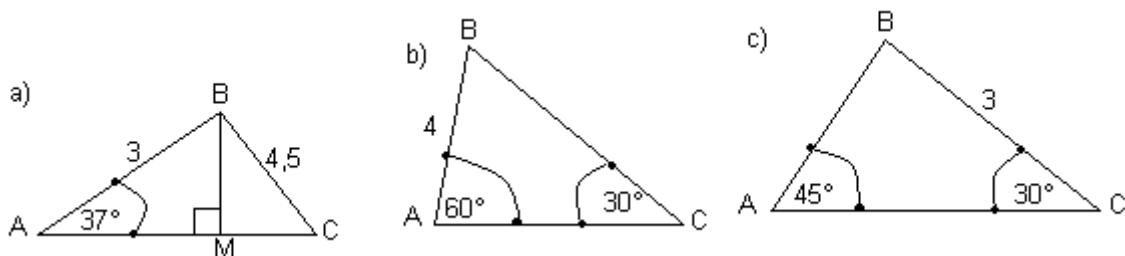
5°.- a) Dibujar un triángulo equilátero de 1cm de lado, trazar una altura y obtener los valores exactos de las seis funciones trigonométricas de los ángulos de 30° y 60°.

b) Dibujar un triángulo rectángulo cuyos catetos midan 1cm y calcular los valores exactos de las seis funciones trigonométricas del ángulo de 45°.

6.- Completar la siguiente tabla teniendo en cuenta los ejercicios 4 y 5.

$\hat{\alpha}$ función	0°	30°	45°	60°	90°
seno					
coseno					

7°.- Calcular el perímetro y el área de los siguientes triángulos:



8°.- Plantear y resolver los siguientes problemas.

a) Desde la terraza de un edificio situada a 25 m de altura se observa un auto:

i) Calcular la distancia del auto al pie del edificio, siendo el ángulo de depresión 23°15'.

ii) Calcular el ángulo de depresión, si la distancia del auto al pie del edificio es de 40 m.

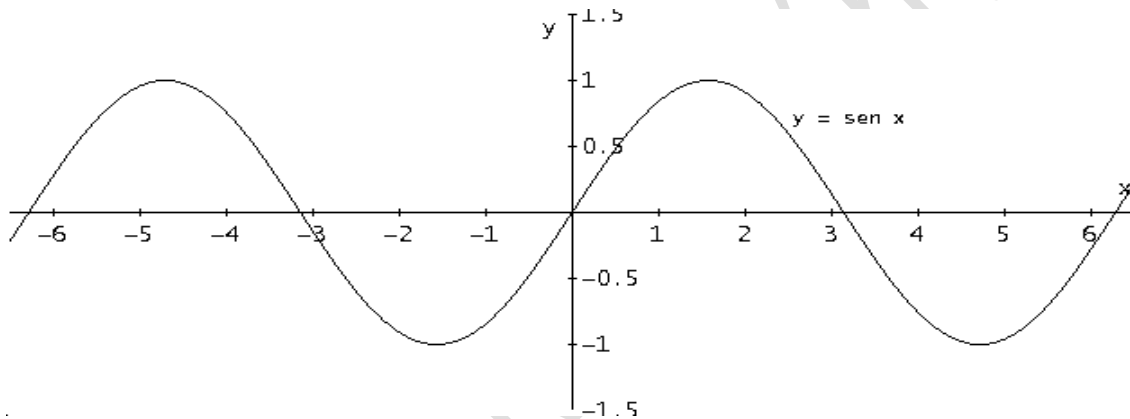
b) Micaela está mirando por la ventana como Andrea llega a visitarla. Cuando está parada en el cordón de la vereda de enfrente la ve con un ángulo de 28° , y cuando llega al cordón de la vereda de su casa, la ve con un ángulo de 40° . Si el ancho de la calle es 15 m ¿a qué altura está la ventana?

c) Sobre un peñasco situado en la rivera de un río se levanta una torre de 125 m de altura. Desde el extremo superior de la torre, el ángulo de depresión de un punto situado en la orilla opuesta es de $28^\circ 40'$ y desde la base de la torre, el ángulo de depresión del mismo punto es de $18^\circ 20'$. Encontrar el ancho del río y la altura del peñasco.

d) La longitud de la sombra de una persona de 1,80m de altura producida por un foco de alumbrado es, inicialmente 3,60m. Después la persona se para justo en el lugar donde terminaba su sombra y comprueba que ahora aquella mide 4m ¿A qué altura del piso está el foco?

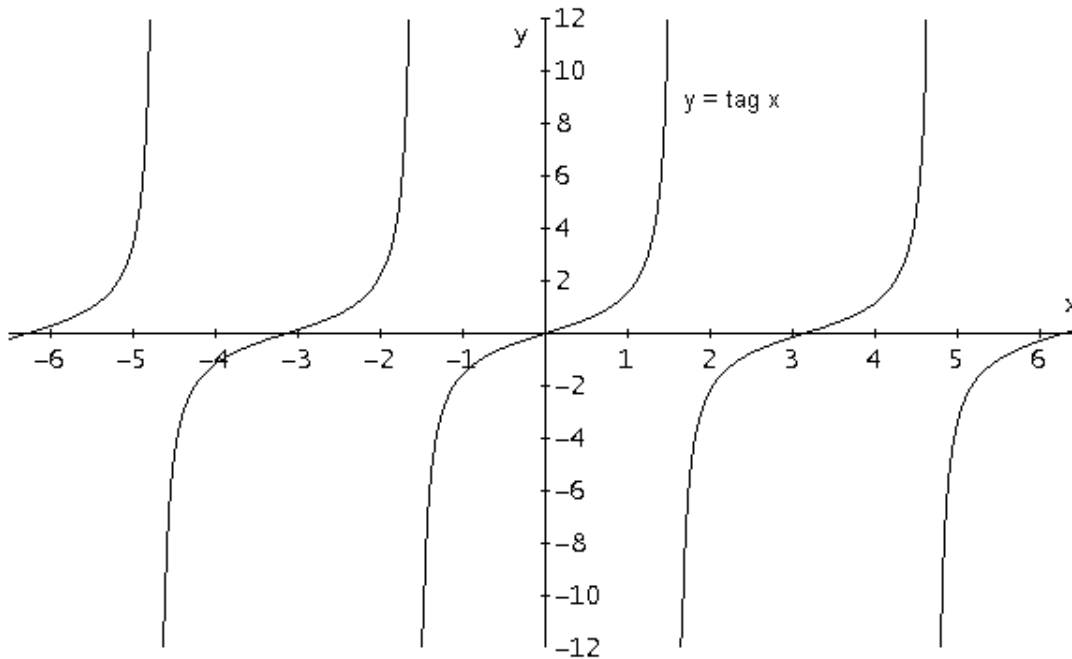
e) Dos torres de 198 m y 203 m de altura están unidas en sus puntos más altos por un puente bajo el cual hay un río. Calcula la longitud del puente y la anchura del río sabiendo que el ángulo que hay entre el puente y la torre más alta es de 75°

9°.- Dada la gráfica de $y = \text{sen } x$



- Ubicar aproximadamente sobre ox $\frac{\pi}{2}$, π , $\frac{3\pi}{2}$, 2π y sus respectivos opuestos.
- Determinar el dominio y la imagen de la función.
- ¿Qué significa que la función seno tenga periodo 2π ?
- Confeccionar un cuadro que resuma el crecimiento o decrecimiento de la función.
- Determinar la intersección con el eje de las ordenadas.
- Determinar todos los valores en donde la función intercepte al eje de las abscisas.
- ¿Cuál es el máximo valor que alcanza la función? ¿Para qué ángulos alcanza dicho valor?
- ¿Cuál es el mínimo valor que alcanza la función? ¿Para qué ángulos alcanza dicho valor?
- Nombrar dos intervalos donde la función sea positiva y dos donde sea negativa.
- Determinar aproximadamente $\text{sen} \frac{\pi}{6}$ y $\text{sen} \frac{5\pi}{6}$ ¿Cómo resultó el seno de estos dos ángulos?
- ¿Se puede establecer alguna relación entre estos dos ángulos?
- Determinar $\hat{\alpha}$ sabiendo que: i) $\text{sen } \alpha = 0,5$ y $\alpha \in \text{IC}$. ii) $\text{sen } \alpha = -0,5$ y $\alpha \in \text{IIIC}$.

10°.- Dada la gráfica de $y = \text{tg}(x)$



- Ubicar aproximadamente sobre \overline{ox} : $\frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3}{2}\pi, 2\pi$ y sus respectivos opuestos.
- Marcar las asíntotas verticales
- Determinar dominio e imagen de la función
- ¿Cuál es el periodo de la función?
- ¿Qué característica respecto al crecimiento o decrecimiento tiene la función?
- Determinar la intersección con el eje de las ordenadas.
- Determinar todos los valores en donde la función intercepte al eje de las abscisas.
- Indicar todos los ángulos para los cuales la función no existe.
- Indicar dos intervalos donde la función sea positiva y dos donde sea negativa.
- Determinar aproximadamente $tg\left(\frac{\pi}{4}\right)$ y $tg\left(\frac{5}{4}\pi\right)$ como resulta la tangente de estos dos ángulos?
- Verificar que estos dos ángulos difieren en π .
- Determinar aproximadamente $tg\left(\frac{2}{3}\pi\right)$ y $tg\left(\frac{5}{3}\pi\right)$ ¿cómo resulta la tangente de estos dos ángulos?
- Determinar $\hat{\alpha}$ sabiendo que: i) $tg \alpha = 6$ y $\alpha \in IC$. ii) $tg \alpha = -2$ y $\alpha \in IV C$.

Autoevaluación Trabajo Práctico 12

1.- Responder Verdadero o Falso, NO justificar la respuesta. Escribir las respuestas con tinta.

- Si $\hat{\alpha} \in II$ cuadrante entonces $sen \hat{\alpha} > 0$ y $cos \hat{\alpha} < 0$
- El seno es negativo en el segundo y cuarto cuadrante
- Si $tg \hat{\alpha} < 0$, entonces $sen \hat{\alpha} < 0$ y $cos \hat{\alpha} < 0$
- La tangente de 90° no existe
- La tangente y cotangente de un ángulo siempre tienen el mismo signo

2.- Completar con la respuesta correcta. Escribir las respuestas con tinta.

- a) A 8 m de la base del tronco de un árbol se observa la parte superior de su copa con un ángulo de $36,87^\circ$. La altura h del árbol es, $h = \dots\dots\dots$
- b) Si los catetos de un triángulo rectángulo miden 3 y 4 cm y el ángulo agudo de la base es $\hat{\alpha}$, entonces $\text{sen } \hat{\alpha} = \dots\dots\dots$ y $\text{cos } \hat{\alpha} = \dots\dots\dots$
- c) Desde el tejado de un edificio de 150 m de altura, se divisa el tejado de otro edificio bajo un ángulo de 45° . La distancia entre ambos en línea recta es de 210 m. La altura del otro edificio es de $\dots\dots\dots$
- d) Si $\text{tg } \hat{\alpha} > 0$ y $\text{cos } \hat{\alpha} < 0$, entonces el cuadrante al que pertenece $\hat{\alpha}$ es el $\dots\dots\dots$
- e) Si la cosecante de un ángulo es negativa, significa que el seno del mismo ángulo es $\dots\dots\dots$

3.- Escribir en el recuadro y con tinta, la letra correspondiente a la respuesta correcta. Si ninguna es, escribir N.

- a) Se quiere sujetar un poste de 20 m de alto desde la parte superior del mismo al piso de tal manera que forme un ángulo de 30° . Si el metro de cable cuesta \$12, el precio total del cable a usar es de:
 - A) \$ 48
 - B) \$ 480
 - C) \$ 4800
 - A) \$ 240
- b) La fórmula para calcular la longitud de la mediana, l_m , de un triángulo equilátero de lado d , es:
 - A) $l_m = d \cdot \text{sen } 30^\circ$
 - B) $l_m = d \cdot \text{cos } 60^\circ$
 - C) $l_m = d \cdot \text{sen } 60^\circ$
 - D) $l_m = \frac{d}{\text{sen } 60^\circ}$
- c) Un ángulo agudo de un triángulo rectángulo mide 30° y su cateto opuesto 4 cm, entonces la hipotenusa, x , y el otro cateto, y , miden:
 - A) $x = 8 \text{ cm}, y = 6,9 \text{ cm}$
 - B) $x = 6,9 \text{ cm}, y = 8 \text{ cm}$
 - C) $x = 8 \text{ cm}, y = 7,9 \text{ cm}$
 - D) $x = 4 \text{ cm}, y = 6,9 \text{ cm}$
- d) Las medidas de los lados de un triángulo son 6, 8 y 10 cm, entonces se trata de un triángulo:
 - A) Obtusángulo
 - B) Acutángulo
 - C) Isosceles
 - D) Rectángulo
- e) Un tronco de 6,2 m esta apoyado sobre una pared y forma con el suelo un ángulo de 55° . La distancia desde el extremo inferior del tronco hasta la pared es de
 - A) 5,08 m
 - B) 3,53 m
 - C) 8,85 m
 - D) 35,3 m

Autoevaluación Graficas de funciones trigonométricas

1.- Responder Verdadero o Falso, NO justificar la respuesta. Escribir las respuestas con tinta.

- a) Las funciones seno y coseno de un ángulo tienen el mismo dominio y la misma imagen
- b) El periodo de la función cotangente de un ángulo es 2π
- c) La imagen de la función cosecante de un ángulo es $(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$
- d) En el primer y segundo cuadrante, la función seno de un ángulo es creciente
- e) La función secante de un ángulo no interseca al eje de las abscisas

2.- Completar con la respuesta correcta. Escribir las respuestas con tinta.

- a) Sea la función $f(x) = \sec \hat{x}$, entonces $\text{Dom}(f) = \dots\dots\dots$ $\text{Img}(f) = \dots\dots\dots$
- b) Sea la función $f(x) = \text{sen } \hat{x}$, dos intervalos en donde f es positiva son $\dots\dots\dots$

- c) La grafica de la función $f(x) = \sen \hat{x}$ son todos los puntos cuyas abscisas son:.....
- d) Sea la función $f(x) = \cos \hat{x}$, el máximo valor de f es.....y el mínimo valor es.....
- e) La función $f(x) = \sec \hat{x}$ interseca al eje \overrightarrow{oy} en el punto.....

3.- Escribir en el recuadro y con tinta, la letra correspondiente a la respuesta correcta. Si ninguna es, escribir N.

a) En un triángulo rectángulo la razón entre la hipotenusa y el cateto opuesto de un ángulo, recibe el nombre de:

- A) Seno B) Coseno C) Secante D) Cosecante

b) Para obtener con la calculadora $\sec 75^\circ$ se puede hacer:

- A) $(\sen 75^\circ)^{-1}$ B) $(\cos 75^\circ)^{-1}$ C) $(\cos 105^\circ)^{-1}$ D) $(\sen 105^\circ)^{-1}$

c) Los puntos en donde la función $f(x) = \sen x$ interseca a \overrightarrow{ox} son:

- A) $2k\pi$ con $k \in \mathbf{Z}$ B) $k\frac{\pi}{2}$ con $k \in \mathbf{Z}$ C) $k\pi$ con $k \in \mathbf{N}$ D) $k\pi$ con $k \in \mathbf{Z}$

d) La función $f(x) = \tg x$ interseca al eje de las ordenadas en

- A) (1,0) B) (0,1) C) (0,0) D) $k\pi$ con $k \in \mathbf{Z}$

e) La función $f(x) = \sec x$ es negativa en los cuadrantes:

- A) I y III B) II y III C) II y IV D) III y IV

Trabajo Práctico Nº 13: “Relaciones entre las funciones trigonométricas de un mismo ángulo”

1°.- La identidad fundamental trigonométrica establece que “el cuadrado del seno de un ángulo más el cuadrado del coseno de dicho ángulo es igual a uno”. Es decir que $\sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

a. Completar con las expresiones que se obtienen a partir de la identidad fundamental trigonométrica.

$$\sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \begin{cases} \sen^2\alpha = \\ \sen\alpha = \\ \cos^2\alpha = \\ \cos\alpha = \end{cases}$$

2°.- La tangente de un ángulo es igual a la razón entre el seno y el coseno de dicho ángulo. Teniendo en cuenta las definiciones de seno y coseno tenemos:

$$\sen\alpha = \frac{y}{\rho}$$

$$\cos\alpha = \frac{x}{\rho}$$

Dividiendo miembro a miembro ambas expresiones

$$\frac{\sen\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\frac{y}{\rho}}{\frac{x}{\rho}} \Rightarrow \frac{\sen\alpha}{\cos\alpha} = \frac{y}{\rho} \cdot \frac{\rho}{x} \Rightarrow \frac{\sen\alpha}{\cos\alpha} = \frac{y}{x}$$

Como $\tg\alpha = \frac{y}{x}$; finalmente tenemos que $\tg\alpha = \frac{\sen\alpha}{\cos\alpha}$

Deducir la relación que existe entre cotangente, coseno y seno de un ángulo.

3°.- La secante de un ángulo es igual a la recíproca del coseno de dicho ángulo.

Por definición

$$\sec \alpha = \frac{\rho}{x} \Rightarrow \sec \alpha = \frac{1}{\frac{x}{\rho}}$$

Como $\cos \alpha = \frac{x}{\rho}$ podemos escribir finalmente $\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$

Deducir la relación que existe entre la cosecante y el seno de un ángulo.

4°.- Existe también relación entre el coseno de un ángulo y la tangente de dicho ángulo, la que se deduce de la siguiente manera.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Por la identidad fundamental trigonométrica.

$$\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

Dividiendo miembro a miembro en $\cos^2 \alpha$.

$$\tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

Trasponiendo términos.

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{\tan^2 \alpha + 1}$$

Eliminando el exponente

$$\cos \alpha = \frac{1}{\pm \sqrt{\tan^2 \alpha + 1}}$$

Por propiedad de raíz cuadrada

Deducir la relación que existe entre el seno y la tangente de un ángulo.

6°.- Obtener las restantes funciones trigonométricas sabiendo que:

a) $\sin \alpha = -\frac{1}{2} \wedge \alpha \in \text{IIIC}$

e) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \wedge \alpha \in \text{IC}$

b) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2} \wedge \alpha \in \text{IIC}$

f) $\tan \alpha = -\sqrt{3} \wedge \alpha \in \text{IIC}$

c) $\cotg \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \wedge \alpha \in \text{IIIC}$

g) $\operatorname{cosec} \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2} \wedge \alpha \in \text{IIIC}$

d) $\sec \alpha = \frac{3}{\sqrt{2}} \wedge \alpha \in \text{IVC}$

h) $\operatorname{cosec} \alpha = \frac{3}{\sqrt{5}} \wedge \alpha \in \text{IC}$

7°.- Verificar las siguientes identidades

a. $\frac{\sin^2 \alpha}{1 - \cos \alpha} = 1 + \cos \alpha$

b. $\frac{\tan^2 \alpha}{\sec \alpha + 1} = \sec \alpha - 1$

c. $(\sec^2 \alpha - 1) \cdot \operatorname{cosec}^2 \alpha = \sec^2 \alpha$

d. $\frac{1 + 2 \tan \alpha}{\sec^2 \alpha} + \frac{1}{\operatorname{cosec}^2 \alpha} = (\cos \alpha + \sin \alpha)^2$

e. $\sec^2 \alpha \cos \alpha - \tan \alpha \sin \alpha = \frac{1}{\sec \alpha}$

f. $\frac{1 + \sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha}$

g. $\sec \alpha - \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} = \tan \alpha$

h. $\frac{\operatorname{cosec}\alpha + \operatorname{cotg}\alpha}{\operatorname{sen}\alpha + \operatorname{tg}\alpha} = \operatorname{cosec}\alpha \operatorname{cotg}\alpha$

i. $\sqrt[3]{\frac{1 - \operatorname{sen}^2 \alpha}{\operatorname{sec} \alpha}} + \sqrt[3]{\frac{1 - \operatorname{cos}^2 \alpha}{\operatorname{cosec} \alpha}} = \operatorname{cos} \alpha + \operatorname{sen} \alpha$

Autoevaluación Trabajo Práctico 13

1.- Responder Verdadero o Falso, NO justificar la respuesta. Escribir las respuestas con tinta.

a) Si $\hat{\alpha} \in III$ cuadrante, entonces $\operatorname{sen} \hat{\alpha} = \sqrt{1 - \operatorname{cos}^2 \hat{\alpha}}$

b) $\operatorname{sen} \hat{\alpha} \cdot \operatorname{cosec} \hat{\alpha} = 1$

c) Si $\operatorname{cos} \hat{\alpha} = -0,5$ y $\hat{\alpha} \in I$ cuadrante, entonces $\hat{\alpha} = -30^\circ$

d) Si $\operatorname{tg} \hat{\alpha} = 2$ entonces $\operatorname{cotg} \hat{\alpha} = 0,5$

e) El único ángulo cuyo seno vale 0,5 es 30°

2.- Completar con la respuesta correcta. Escribir las respuestas con tinta.

a) La relación que existe entre seno, coseno y tangente de un mismo ángulo $\hat{\alpha}$ es que $\operatorname{tg} \hat{\alpha} = \dots\dots\dots$

b) Si $\operatorname{sec} \hat{\alpha} = 2$ y $\hat{\alpha} \in III C$ entonces $\operatorname{cos} \hat{\alpha} = \dots\dots\dots$ y $\operatorname{cotg} \hat{\alpha} = \dots\dots\dots$

c) Sea $\hat{\alpha} \in III$ cuadrante, si $\operatorname{cos} \hat{\alpha} = -0,25$, entonces $\hat{\alpha} = \dots\dots\dots$ y $\operatorname{tg} \hat{\alpha} = \dots\dots\dots$

d) Si $\operatorname{tg} \hat{\alpha} = \frac{4}{3}$ y $\hat{\alpha} \in IC$, entonces $\operatorname{sen} \hat{\alpha} = \dots\dots\dots$ y $\operatorname{cos} \hat{\alpha} = \dots\dots\dots$

e) $\frac{\operatorname{sen} \hat{\alpha}}{\operatorname{cosec} \hat{\alpha}} + \frac{\operatorname{cos} \hat{\alpha}}{\operatorname{sec} \hat{\alpha}} = \dots\dots\dots$

3.- Escribir en el recuadro y con tinta, la letra correspondiente a la respuesta correcta. Si ninguna es, escribir N.

a) De las siguientes expresiones, la que no es una identidad, es:

A) $\operatorname{sen}^2 \hat{\alpha} + \operatorname{cos}^2 \hat{\alpha} = 1$ B) $\operatorname{sen} \hat{\alpha} = \operatorname{tg} \hat{\alpha} \cdot \operatorname{cos} \hat{\alpha}$ C) $1 + \operatorname{cotg}^2 \hat{\alpha} = \operatorname{cosec}^2 \hat{\alpha}$ D) $1 - \operatorname{sec}^2 \hat{\alpha} = \operatorname{tg}^2 \hat{\alpha}$

b) $\operatorname{sen} \hat{\alpha} + \frac{\operatorname{cos}^2 \hat{\alpha}}{\operatorname{sen} \hat{\alpha}} =$

A) $\operatorname{Sen} \hat{\alpha}$ B) $\operatorname{Cos} \hat{\alpha}$ C) $\operatorname{Sec} \hat{\alpha}$ D) $\operatorname{Cosec} \hat{\alpha}$

c) De las siguientes expresiones, la que es una idenetidad es:

A) $\operatorname{sen}^2 \hat{\alpha} = 1 + \operatorname{cos}^2 \hat{\alpha}$ B) $\operatorname{cotg} \hat{\alpha} = \operatorname{sen} \hat{\alpha} \cdot \operatorname{cos} \hat{\alpha}$ C) $\operatorname{sen}^2 \hat{\alpha} = \frac{1}{\operatorname{sec}^2 \hat{\alpha}}$ D) $\operatorname{sec} \hat{\alpha} = \frac{1}{\operatorname{sen} \hat{\alpha}}$

d) $\operatorname{sec} \hat{\alpha} (1 - \operatorname{sen}^2 \hat{\alpha}) =$

A) $\operatorname{cos} \hat{\alpha}$ B) $\operatorname{sen} \hat{\alpha}$ C) $\operatorname{sec} \hat{\alpha}$ D) 1

e) Al simplificar $\operatorname{tg} \hat{\alpha} (1 - \operatorname{cotg}^2 \hat{\alpha}) + \operatorname{cotg} \hat{\alpha} (1 - \operatorname{tg}^2 \hat{\alpha})$, se obtiene

A) $\operatorname{cos} 180^\circ$ B) $\operatorname{sen} 180^\circ$ C) $\operatorname{sen} 30^\circ$ D) $\operatorname{cos} 60^\circ$

Trabajo Práctico Nº 14: Relaciones entre las funciones t. de ángulos especiales
Funciones trigonométricas de la suma algebraica de dos ángulos

1º.- El siguiente cuadro resume las relaciones entre las funciones trigonométricas seno y coseno, de diferentes tipos de ángulos.

Ángulos	Relación
Opuestos	$\text{sen } x = -\text{sen } (-x)$ y $\text{cos } x = \text{cos } (-x)$
Complementarios	$\text{sen } x = \text{cos } \left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ y $\text{cos } x = \text{sen } \left(\frac{\pi}{2} - x\right)$
Suplementarios	$\text{sen } x = \text{sen } (\pi - x)$ y $\text{cos } x = -\text{cos } (\pi - x)$
Que difieren en $\frac{\pi}{2}$	$\text{sen } x = -\text{cos } \left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ y $\text{cos } x = \text{sen } \left(\frac{\pi}{2} + x\right)$
Que difieren en π	$\text{sen } x = -\text{sen } (\pi + x)$ y $\text{cos } x = -\text{cos } (\pi + x)$

Deducir las demás relaciones entre las funciones trigonométricas de los ángulos dados en el cuadro.

2º.- Sabiendo que el $\text{cos } 60^\circ = 0,5$. Calcular las funciones trigonométricas para un ángulo de 300° .

3º.- Sabiendo que $\text{cos } 30^\circ = \frac{1}{2}$. Calcular funciones trigonométricas para un ángulo de 60° .

4º.- Sabiendo que $\text{tg } 45^\circ = 1$. Calcular las funciones trigonométricas para un ángulo de 135° .

5º.- Sabiendo que $\text{sen } 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Calcular las funciones trigonométricas para un ángulo de 240° .

6º.- Calcular el valor de x sabiendo que:

- a) $\text{sen } (2x) = \text{cos } 40^\circ$ y $0^\circ \leq 2x \leq \frac{\pi}{2}$
- b) $\text{sen } (3x + 5^\circ) = \text{cos } (2x - 10^\circ)$ si $0^\circ \leq 2x - 10^\circ \leq \frac{\pi}{2}$ y $0^\circ \leq 3x + 5^\circ \leq \frac{\pi}{2}$
- c) $\text{sen } (2x - 4^\circ) = \text{cos } \left(\frac{5x+8^\circ}{2}\right)$ si $0^\circ \leq 2x - 4^\circ \leq \frac{\pi}{2}$ y $0^\circ \leq \frac{5x+8^\circ}{2} \leq \frac{\pi}{2}$

7º.- Suma algebraica de dos ángulos.

- a) Sabiendo que: $\text{cos } (\alpha - \beta) = \text{cos } \alpha \cdot \text{cos } \beta + \text{sen } \alpha \cdot \text{sen } \beta$. Deducir $\text{cos } (\alpha + \beta)$, teniendo en cuenta que $(\alpha + \beta) = [\alpha - (-\beta)]$.
- b) Deducir $\text{sen } (\alpha + \beta)$ teniendo en cuenta que el seno de un ángulo es igual al coseno de su complemento y la formula obtenida en el punto a).
- c) Deducir $\text{sen } (\alpha - \beta)$ teniendo en cuenta la fórmula anterior y que $(\alpha - \beta) = [\alpha + (-\beta)]$.
- d) A partir de $\text{cos } (\alpha + \beta)$ y considerando $\alpha = \beta$, deducir $\text{cos } (2\alpha)$.
- e) A partir de $\text{sen } (\alpha + \beta)$ y considerando $\alpha = \beta$, deducir $\text{sen } (2\alpha)$.
- f) Si $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ y $\hat{\gamma}$ son los ángulos interiores de un triángulo. Verificar que $\text{tg } (\alpha + \beta) + \text{tg } \gamma = 0$

8º.- Calcular el valor de la siguiente expresión:

$$\text{sen } \left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \text{sen } \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \text{sen } (\pi + \alpha) \cdot \text{sen } (\pi - \alpha) =$$

9º.- Demostrar la siguiente identidad.

$$\sqrt[3]{\frac{1 + \text{sen } (-\alpha) \cdot \text{sen } (\pi - \alpha)}{\text{sec } \alpha}} + \sqrt[3]{\frac{1 - \text{cos } (\pi - \alpha) \cdot \text{cos } (\pi + \alpha)}{\text{cosec } \alpha}} = \text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha$$

Autoevaluación Trabajo Práctico 14

1.- Responder Verdadero o Falso, NO justificar la respuesta. Escribir las respuestas con tinta.

- a) Si dos ángulos $\hat{\alpha}$ y $-\hat{\alpha}$ son opuestos, entonces se cumple que $tg \hat{\alpha} = tg(-\hat{\alpha})$
- b) $\cos 60^\circ = \text{sen } 30^\circ = 0,5$
- c) Si $\text{sen } 15^\circ = \text{sen } x$ entonces $x = 165^\circ$
- d) Si dos ángulos difieren en 90° , entonces $\text{sec } \hat{\alpha} = -\text{cosec } \hat{\alpha}$
- e) $\text{sen } 2\hat{\alpha} = 2 \text{ sen } \hat{\alpha} \cdot \cos \hat{\alpha}$

2.- Completar con la respuesta correcta. Escribir las respuestas con tinta.

- a) Si $\text{sen } 30^\circ = 0,5$ entonces $\text{cosec } 330^\circ = \dots\dots\dots$
- b) Si $tg 2 \hat{\alpha} = \text{cotg } 10^\circ$, entonces el valor del ángulo $\hat{\alpha}$ es, $\hat{\alpha} = \dots\dots\dots$
- c) El ángulo del segundo cuadrante cuyo seno es igual al seno de 30° es, $\hat{\alpha} = \dots\dots\dots$
- d) $\cos 30^\circ = \dots\dots\dots (120^\circ)$
- e) $\text{sen } 240^\circ = \text{sen}(\dots\dots\dots + \dots\dots\dots) = \dots\dots\dots$

3.- Escribir en el recuadro y con tinta, la letra correspondiente a la respuesta correcta. Si ninguna es, escribir N.

- a) Sean los ángulos $\hat{\alpha} \in IC$ y $\hat{\beta} \in IV C$, si $\cos \hat{\alpha} = \cos \hat{\beta}$ entonces los ángulos son:
 - A) Complementarios
 - B) Suplementarios
 - C) Que difieren en π
 - D) Opuestos
- b) Si $\text{sen}(40^\circ - 3x) = \cos(5x + 10^\circ)$ entonces el valor de x es:
 - A) $x = 10^\circ$
 - B) $x = 20^\circ$
 - C) $x = 30^\circ$
 - D) $x = 40^\circ$
- c) Sea el ángulo $\hat{\alpha} \in I$ cuadrante, entonces la $tg(\pi - \hat{\alpha})$, es:
 - A) $tg \hat{\alpha}$
 - B) $-tg \hat{\alpha}$
 - C) $-tg(\pi - \hat{\alpha})$
 - D) $-\text{cotg } \hat{\alpha}$
- d) Si $\hat{\alpha} \in IC$, $\hat{\beta} \in IIC$ y además $\text{sen } \hat{\alpha} = -\cos \hat{\beta}$ y $\cos \hat{\alpha} = \text{sen } \hat{\beta}$, entonces $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son ángulos:
 - A) Complementarios
 - B) Suplementarios
 - C) Opuestos
 - D) Que difieren en 90°
- e) Si el seno y coseno de dos ángulos tienen el mismo valor absoluto pero signos contrarios, los ángulos:
 - A) Son complementarios
 - B) Son suplementarios
 - C) Son opuestos
 - D) Difieren en 180°

Trabajo práctico Nº 15: “Ecuaciones trigonométricas”

1.- Dadas las siguientes ecuaciones trigonométricas:

- a) $\text{sen } \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$
- b) $tg \alpha = -1$
- c) $\cos \alpha = \frac{1}{2}$

- d) $\sec \alpha = \frac{2}{\sqrt{3}}$
- e) $1 - \cos^2 \alpha = \frac{1}{4}$
- f) $2 \cos \alpha \operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha = 0$
- g) $2 \operatorname{sen}^2 \alpha - 5 \operatorname{sen} \alpha - 3 = 0$
- h) $5 - 4 \operatorname{sen}^2 \alpha = \operatorname{cosec}^2 \alpha$
- i) $4 \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha - 2 \operatorname{sen} \alpha + 2 \cos \alpha - 1 = 0$
- j) $\operatorname{sen} \alpha = \cos \alpha$
- k) $\cos^2 \alpha - 3 \cos \alpha + 2 = 0$
- l) $\operatorname{sen} \alpha + 2 = -\operatorname{cosec} \alpha$
- m) $\operatorname{sen}^2 \alpha - \operatorname{sen} \alpha = \cos^2 \alpha$
- n) $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{cotg} \alpha = 2$
- o) $\operatorname{tg}^2 \alpha + 3 \sec \alpha = -3$
- p) $\cos \alpha - \sqrt{3} \operatorname{sen} \alpha = 1$
- q) $3 \operatorname{tg}^2 \alpha + 5 = \frac{7}{\cos \alpha}$
- r) $(2 \operatorname{sen} \hat{\alpha} - 1)(3 \cos \hat{\alpha} - 1) = 0$
- s) $\cos 2 \hat{\alpha} = 1 + 4 \operatorname{sen} \hat{\alpha}$
- t) $\cos^2 \hat{\alpha} - 3 \operatorname{sen}^2 \hat{\alpha} = 0$

- a) Hallar, cuando sea posible los valores de $\alpha \in [0, 2\pi)$ que las verifiquen.
- ii) Verificar los valores encontrados.
- iii) Encontrar las expresiones para todas las soluciones reales ($\alpha \in \mathbb{R}$).

Autoevaluación Trabajo Práctico 15

1.- Responder Verdadero o Falso, NO justificar la respuesta. Escribir las respuestas con tinta.

- a) El ángulo positivo $x \in [0^\circ, 360^\circ)$ que cumple $\sec x = 1$ es 0°
- b) El único ángulo $x \in IV C$ que cumple $\operatorname{sen} x = -0,5$ es 330°
- c) El mayor ángulo $x \in [0^\circ, 360^\circ)$ que verifica $2 \operatorname{sen}^2 x + 4 \operatorname{sen} x = 0$ es 0°
- d) El único valor de x que verifica $\cos 7x = \cos 210^\circ$ es $x = 30^\circ$
- e) Todos los valores de $x \in \mathbb{R}$ que verifican $\operatorname{sen} x = 1$ son $180^\circ + 360^\circ k$ con $k \in \mathbb{Z}$

2.- Completar con la respuesta correcta. Escribir las respuestas con tinta.

- a) Si $\cos x = 1$ y $x \in [0^\circ, 360^\circ)$, entonces $x_1 = \dots\dots\dots$ y $x_2 = \dots\dots\dots$
- b) Los infinitos valores de x que verifican la ecuación $\operatorname{tg} x = 0$ son, $x = \dots\dots\dots$
- c) Los dos valores de x que verifican la ecuación $2 \operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x - 3 = 0$ son, $x_1 = \dots\dots\dots$, $x_2 = \dots\dots\dots$
- d) Los dos valores de x que satisfacen la ecuación $\operatorname{sen}(2x + 60^\circ) = +\operatorname{sen}(x + 30^\circ) = 0$ son: $\dots\dots\dots$

e) ¿Qué vectores son paralelos y con distinto sentido? Justificar.

7°.- Encontrar un vector perpendicular a $\vec{p} = (1, 2)$ de longitud 10.

8° a) Calcular el producto escalar de los vectores \vec{u} y \vec{v} sabiendo que $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = 3$ y el ángulo que forman los vectores es de 30° .

b) Dados los vectores $\vec{u} = (1, n)$ y $\vec{v} = (3, -2)$, calcular el valor de n para que:

b1) los vectores \vec{u} y \vec{v} sean perpendiculares.

b2) los vectores \vec{u} y \vec{v} tengan el mismo módulo.

9°.- Dado el triángulo con vértices en A (2, 1); B (4, 1) y C (1, 5), calcular su perímetro y área.

Autoevaluación Trabajo Práctico 16

1.- Responder Verdadero o Falso, NO justificar la respuesta. Escribir las respuestas con tinta.

a) Con los puntos P(0,2) y Q(-3,5) se puede obtener el vector $\vec{QP} = (3, -3)$

b) El módulo del vector $\vec{u} = (-3, 4)$ es 5.

c) Los vectores $\vec{u} = (35, -21)$ y $\vec{v} = (-10, 6)$ tienen la misma dirección

d) Dos vectores son equipolentes si tienen el mismo módulo y dirección

e) Los vectores $\vec{u} = 3i - 1j$ y $\vec{v} = -2i - 6j$ son perpendiculares

2.- Completar con la respuesta correcta. Escribir las respuestas con tinta.

a) Sean los vectores $\vec{u} = (3, -1)$ y $\vec{v} = (-2, -2)$ entonces: $-2\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v} = \dots\dots\dots$

b) Sean los vectores $\vec{u} = (2, k)$ y $\vec{v} = (3, -2)$, el valor de k para que $\vec{u} \parallel \vec{v}$, es $k = \dots\dots\dots$

c) Sabiendo que $|a| = 3$ y $\vec{a} = (2, k)$ el valor de k es, $k = \dots\dots\dots$

d) El radio de la circunferencia de centro C(8, -2) y que pasa por el punto (1, 4), es $\dots\dots\dots$

e) El ángulo, $\hat{\phi}$, que forman los vectores $\vec{u} = (3, -1)$ y $\vec{v} = (-3, 1)$ es, $\hat{\phi} = \dots\dots\dots$

3.- Escribir en el recuadro y con tinta, la letra correspondiente a la respuesta correcta. Si ninguna es, escribir N.

a) Sea el vector $\vec{AB} = (5, -2)$ y el extremo B(12, -3), entonces las coordenadas del punto A son:

- A) A(-7, -1) B) A(7, 1) C) A(7, -1) D) A(5, -1)

b) Un vector \vec{u} perpendicular a $\vec{v} = (-3, 6)$ y cuya primera componenete es 2, es:

- A) $\vec{u} = (2, -1)$ B) $\vec{u} = (-2, 1)$ C) $\vec{u} = (2, 1)$ D) $\vec{u} = (-2, -1)$

c) Si se sabe que $k \cdot \vec{u} = (-6, 12)$ y $\vec{u} = (3, -6)$ entonces el valor de k es:

- A) $k = 2$ B) $k = -2$ C) $k = -\frac{1}{2}$ D) $k = \frac{1}{2}$

d) Sean los vectores $\vec{u} = 9i + 3j$ y $\vec{v} = -5i + 4j$ entonces las coordenadas de $2\vec{u} + 3\vec{v}$ son:

- A) $3i + 18j$ B) $-3i + 18j$ C) $3i - 18j$ D) $-3i - 18j$

e) Sabiendo que $\vec{u} = ki - 3j$ y $|\vec{u}| = 5$ los valores de k son

- A) Solamente 4 B) Solamente -4 C) ± 34 D) ± 4